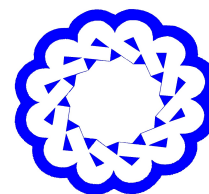


موجک‌ها و جبرخطی

<http://wala.vru.ac.ir>



دانشگاه ولیعصر (عج)

رفسنجان

یک روش ترکیبی برای نهان‌نگاری با بهره‌گیری از تجزیه مقدار تکین در دامنه DCT-FRIT

فرزانه سالاری^{*}، محمد ابوالقاسمی^{*}، حسین جوانشیری^آ

^آگروه ریاضی، دانشکده علوم، دانشگاه رازی، کرمانشاه

اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت شده: ۲۳ مهر ۱۴۰۳

پذیرفته شده: ۲۱ اسفند ۱۴۰۳

دسترسی آنلاین: ۲۱ اسفند ۱۴۰۳

کلمات کلیدی:

نهان‌نگاری تصویر، تبدیل

کسینوسی گسسته، تبدیل

تیغک محدود، تجزیه مقدار

تکین.

چکیده

با پیشرفت روزافزون فناوری‌ها و گسترش فضای دیجیتال، نهان‌نگاری دیجیتال به یکی از ابزارهای کلیدی برای حمایت از حقوق مالکیت فکری تبدیل شده است. این فناوری با فراهم آوردن امکان شناسایی و حفاظت از اطلاعات، نقشی اساسی در جلوگیری از سرقت اطلاعات و تأمین امنیت داده‌ها ایفا می‌کند. در این مقاله، یک روش نهان‌نگاری کور با استفاده از ترکیبی از تبدیل کسینوسی گسسته، تبدیل تیغک محدود و تجزیه مقدار تکین پیشنهاد می‌گردد. در طرح پیشنهادی، ابتدا با استفاده از تبدیل کسینوسی گسسته و تبدیل تیغک محدود تبدیلی روی تصویر میزبان صورت می‌گیرد. سپس، نهان‌نگاره در مقادیر تکین ضرایب به دست آمده از تبدیل تیغک محدود جاسازی می‌شود. ارزیابی‌های تجربی با استفاده از تصاویر استاندارد نشان می‌دهد که رویکرد پیشنهادی نه تنها در حفظ کیفیت بصری موثر است بلکه در برابر حملات مختلف نیز مقاومت بالایی دارد.

موجک‌ها و جبرخطی (۱۴۰۴) ©

^{*}نویسنده مسئول

آدرس ایمیلها: f.salari@razi.ac.ir (فرزانه سالاری)، m_abolghasemi@razi.ac.ir (محمد ابوالقاسمی)، h.javanshiri@razi.ac.ir

(حسین جوانشیری)

<http://doi.org/10.22072/wala.2025.2043400.1460>

موجک‌ها و جبرخطی (۱۴۰۴) ©

در عصر دیجیتال، حفاظت از مالکیت فکری و اطمینان از امنیت داده‌ها به یک ضرورت غیرقابل انکار تبدیل شده است. اطلاعات و داده‌های دیجیتال از جمله تصاویر به‌راحتی قابل کپی‌برداری، تغییر یا سرقت هستند و همین مسئله بر اهمیت استفاده از فناوری‌های محافظتی افزوده است. یکی از این فناوری‌ها، نهان‌نگاری دیجیتال است که به‌عنوان روشی مؤثر برای شناسایی مالکیت و احراز اصالت محتوا به‌کار می‌رود. در این روش، با جاسازی مخفیانه نشانه‌های خاصی مانند نام مالک، لوگوی شرکت، یا حتی اطلاعات حقوقی در تصاویر، مالکیت و حقوق معنوی محتوا به‌طور دیجیتال تثبیت می‌شود. [۱۹]. با این حال، نهان‌نگاری تنها ابزاری ساده نیست؛ بلکه دستیابی به تعادل میان مقاومت و شفافیت آن چالشی مهم است. از یک سو، نشانه‌های نهان باید به‌گونه‌ای جاسازی شوند که در برابر حملات، تغییرات و دستکاری‌های احتمالی بقا داشته باشند. به عبارت دیگر، باید مقاومت کافی در برابر روش‌های نفوذ داشته باشند تا مهاجم نتواند به سادگی آن‌ها را حذف یا تغییر دهد. از سوی دیگر، این نشانه‌ها باید تا حد امکان نامرئی باشند تا در فرآیند نمایش یا استفاده از تصویر تأثیری بر تجربه کاربری نداشته باشند. محققان برای دستیابی به این تعادل از تکنیک‌های مختلفی بهره می‌برند. یکی از این روش‌ها، استفاده از ضریب مقیاس‌گذاری^۱ در فرآیند درج و استخراج پنهان‌نگاره است. ضرایب به‌گونه‌ای تنظیم می‌شوند که نشانه‌های مخفی به صورت ظریف و در بخش‌های مختلف فایل توزیع شوند، به‌طوری که از دید انسان پنهان بمانند، اما در عین حال در برابر انواع حملات احتمالی مقاوم باشند [۶].

روش‌های نهان‌نگاری دیجیتال را می‌توان بر اساس نحوه استخراج پنهان‌نگاره و مکان جاسازی آن‌ها به دسته‌های مختلف تقسیم‌بندی کرد [۱۳، ۱۸]. یکی از این تقسیم‌بندی‌ها، بر اساس چگونگی بازیابی پنهان‌نگاره به دو نوع کور و غیر کور صورت می‌گیرد. در نهان‌نگاری کور، برای بازیابی پنهان‌نگاره نیازی به تصویر یا فایل اصلی وجود ندارد؛ به عبارت دیگر، الگوریتم نهان‌نگاری قادر است نشانه‌های پنهان را به‌صورت مستقل و بدون دسترسی به نسخه‌ی اصلی فایل، از فایل تغییر یافته استخراج کند. در مقابل، در نهان‌نگاری غیرکور، برای استخراج پنهان‌نگاره، حتماً به نسخه‌ی اصلی تصویر نیاز است. علاوه بر این، روش‌های نهان‌نگاری را می‌توان بر اساس محل قرارگیری پنهان‌نگاره در فایل به دو حوزه‌ی تصویر و فرکانس دسته‌بندی کرد. روش‌های مبتنی بر تصویر، پنهان‌نگاره را مستقیماً در پیکسل‌های تصویر قرار می‌دهند. این روش‌ها سریع و آسان هستند اما در برابر تغییرات و حملات مقاومت کمتری دارند. در مقابل، روش‌های مبتنی بر حوزه‌ی فرکانس، با تغییر بخش‌های خاصی از فرکانس‌های تصویر، مقاومت بیشتری در برابر حملات ایجاد می‌کنند و امکان ذخیره‌سازی داده‌های بیشتری را نیز فراهم می‌سازند.

حوزه تحلیل فرکانس در پردازش تصاویر دیجیتال، به‌ویژه در تکنیک‌های نهان‌نگاری، نقش اساسی ایفا می‌کند. تبدیل‌های گسسته مانند تبدیل فوریه گسسته^۲ (DFT) [۱۴]، تبدیل کسینوسی گسسته^۳ (DCT) [۱، ۱۱] و تبدیل موجک گسسته

¹ Scaling factor

² Discrete Fourier Transform

³ Discrete Cosine Transform

^۴ (DWT) [۱] ابزارهایی قدرتمند برای نمایش تصاویر در حوزه فرکانس هستند. این تبدیل‌ها با تجزیه تصویر به اجزای فرکانسی، فرآیند جاسازی نهان‌نگاره را تسهیل کرده و موجب بهبود شفافیت آن می‌شوند. یکی از ویژگی‌های برجسته DWT، تطابق آن با سیستم بینایی انسان است که امکان جاسازی نهان‌نگاره را در نواحی کمتر قابل مشاهده فراهم می‌کند و باعث افزایش نامرئی بودن آن می‌شود. به لطف قابلیت تجزیه چندریزگی^۵، تبدیل‌های موجک باعث تحول در تحلیل سیگنال شدند، با این حال، محدودیت‌هایی در جهت‌گیری و نمایش تکینگی‌های با ابعاد بالا دارند [۱۸]. به منظور رفع این محدودیت‌ها، پیشرفت‌هایی همچون بسته‌های موجک^۶ و تبدیل‌های چندموجکی^۷ به وجود آمد [۱۶]. همچنین، موجک‌های چندجهته^۸ مانند قیچک‌ها^۹ و تیغک‌ها^{۱۰} برای بهبود فیلترگذاری جهت‌دار معرفی شدند. تیغک‌ها به‌عنوان ابزاری ریاضی برای نمایش ویژگی‌های خطی تیز در دو بعد، به‌ویژه برای غلبه بر محدودیت‌های موجک‌ها در ابعاد بالاتر توسعه یافتند [۳]. پس از آن، رویکرد دیگری به نام تبدیل تیغک محدود^{۱۱} (FRIT) طراحی شد که پیاده‌سازی تیغک‌ها را به‌صورت گسسته انجام می‌دهد و به‌طور خاص برای نمایش تکینگی‌های خطی به کار می‌رود [۴]. این روش با استفاده از تبدیل رادون^{۱۲} تکینگی‌های خطی را به تکینگی‌های نقطه‌ای تبدیل کرده و سپس با استفاده از تبدیل موجک گسسته یک‌بعدی آن را پردازش می‌کند. در زمینه جبر خطی، تجزیه ماتریس نقش کلیدی در تحلیل و پردازش داده‌ها ایفا می‌کند. تجزیه ماتریس شامل تجزیه یک ماتریس به حاصل ضرب ماتریس‌های ساده‌تر است که به تحلیل و دستکاری ساختارهای داده پیچیده کمک می‌کند. روش‌های تجزیه مشهور شامل تجزیه شور^{۱۳}، تجزیه LU، تجزیه QR و تجزیه مقدار تکین^{۱۴} (SVD) است [۱۸، ۲۲، ۱۰]. به‌ویژه، SVD به دلیل تمرکز بر مقادیر تکین، توجه زیادی به خود جلب کرده و ابزاری قدرتمند برای کاربردهای علمی و مهندسی، به‌ویژه در حوزه پردازش تصویر ارائه می‌دهد [۲۱].

روش SVD به دلیل پایداری بالا در بسیاری از کاربردها مورد استفاده قرار می‌گیرد، اما محاسبات مرتبط با آن ممکن است پرهزینه باشد. برای کاهش این محدودیت، SVD معمولاً با تکنیک‌های حوزه تبدیل با الگوریتم‌های نهان‌نگاری ترکیب می‌شود [۵، ۹]. این ترکیب به بهره‌گیری از نقاط قوت هر دو رویکرد منجر می‌شود. در میان تبدیل‌های رایج، تبدیل DCT به دلیل فشردگی قوی انرژی شناخته می‌شود [۸، ۱۱] و این ویژگی امکان جاسازی نهان‌نگاره را به شکلی کارآمد فراهم می‌کند

⁴ Discrete Wavelet Transform

⁵ Multi-resolution

⁶ Wavelet Packets

⁷ Multi-Wavelet Transforms

⁸ Multi-directional Wavelets

⁹ Searlets

¹⁰ Ridgelets

¹¹ Finite Ridgelet Transform

¹² Radon Transform

¹³ Schur

¹⁴ Singular Value Decomposition

بدون آنکه شفافیت تصویر را به خطر بیندازد. از سوی دیگر، تبدیل DWT مزایایی از جمله مقاومت بیشتر و قابلیت تحلیل چندریزگی ارائه می‌دهد [۱۷] که آن را برای نهان‌نگاری‌هایی که باید در برابر حملات مختلف مقاوم باشند، ایده‌آل می‌سازد. همچنین، تبدیل FRIT با ویژگی‌های چندجهته خود امکان تطبیق فرآیند جاسازی با ویژگی‌های محلی تصویر را فراهم می‌کند [۷]. بنابراین، یکی از استراتژی‌های رایج، ترکیب FRIT، DCT یا DWT با SVD است که این ترکیب به منظور بهره‌گیری از مزایای منحصر به فرد هر تبدیل و دستیابی به عملکرد بهینه در نهان‌نگاری استفاده می‌شود [۲، ۱۲، ۱۵، ۲۰، ۲۳].

این مقاله یک تکنیک نوین نهان‌نگاری را معرفی می‌کند که از ترکیبی از تبدیل‌های DCT، FRIT و SVD بهره می‌برد. در این روش، ابتدا تصویر میزبان با استفاده از DCT تبدیل می‌شود تا ضرایب مربوطه تولید شوند. سپس، این ضرایب تحت فرآیند FRIT قرار می‌گیرند که منجر به تولید ضرایب FRIT می‌شود. اطلاعات نهان‌نگاره، که به صورت یک تصویر نمایش داده می‌شود، به‌طور مستقیم در مقادیر تکین این ضرایب جاسازی می‌شود. اثربخشی روش پیشنهادی DCT-FRIT-SVD با استفاده از مجموعه‌ای از تصاویر استاندارد ارزیابی می‌شود.

ساختار مقاله به شرح زیر است: در بخش ۲، یک مرور مختصر از مفاهیم بنیادی تبدیل کسینوسی گسسته، تبدیل تیغک محدود و تجزیه مقدار تکین ارائه می‌شود. بخش ۳ به جزئیات روش پیشنهادی اختصاص دارد. بخش ۴ نتایج تجربی به‌دست‌آمده را ارائه می‌دهد و آن‌ها را با کارهای پیشین مقایسه می‌کند. در نهایت، بخش ۵ نتایج و دستاوردهای را جمع‌بندی و نتیجه‌گیری می‌کند.

۲. مفاهیم بنیادی

این بخش ابزارهای ریاضی مورد استفاده در روش پیشنهادی را معرفی می‌کند. ابتدا توضیح خواهیم داد که تبدیل کسینوسی گسسته و تبدیل تیغک محدود چگونه عمل می‌کنند. سپس، نحوه کار تجزیه مقدار تکین را بررسی خواهیم کرد.

۱.۲. تبدیل کسینوسی گسسته

یکی از مزایای اصلی DCT توانایی آن در استخراج مؤثر اطلاعات کلیدی یک تصویر است. این ویژگی، که به عنوان فشرده‌سازی انرژی شناخته می‌شود، باعث می‌شود که بیشتر داده‌های مهم تصویر در تعداد محدودی از ضرایب فرکانس پایین متمرکز شوند. به دلیل این نمایش کارآمد از اطلاعات، DCT کاربردهای گسترده‌ای در حوزه پردازش تصویر و سیگنال دارد. به‌ویژه، DCT به‌عنوان یک استاندارد در فرآیند فشرده‌سازی JPEG شناخته می‌شود. ضرایب DCT دو بعدی (که با نماد B نشان داده می‌شوند) از یک تصویر با ابعاد $M \times N$ (با نماد A) بر اساس معادلات ۱.۲ و ۳.۲ محاسبه می‌شوند:

$$B(u, v) = \frac{2}{\sqrt{MN}} c(u)c(v) \sum_{x=0}^{M-1} \sum_{y=0}^{N-1} A(x, y) \cos\left(\frac{(2x+1)\pi u}{2M}\right) \cos\left(\frac{(2y+1)\pi v}{2N}\right). \quad (1.2)$$

فرآیند بازسازی تصویر از تبدیل کسینوسی گسسته معکوس (IDCT) بر روی ماتریس B استفاده می‌کند، همانطور که در معادله ۲.۲ و معادله ۳.۲ تعریف شده است:

$$A(x, y) = \frac{2}{\sqrt{MN}} \sum_{u=0}^{M-1} \sum_{v=0}^{N-1} c(u)c(v)B(u, v) \cos\left(\frac{(2x+1)\pi u}{2M}\right) \cos\left(\frac{(2y+1)\pi v}{2N}\right), \quad (2.2)$$

$$c(u) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & u = 0, \\ 1 & 0 \leq u < M, \end{cases} \quad c(v) = \begin{cases} \frac{1}{\sqrt{2}} & v = 0, \\ 1 & 0 \leq v < N. \end{cases} \quad (3.2)$$

۲.۲. تبدیل تیغک محدود

تبدیل تیغک محدود، یک ابزار کارآمد در حوزه پردازش تصویر است که با ترکیب هوشمندانه دو تکنیک ریاضی، یعنی تبدیل رادون محدود^{۱۵} (FRAT) و تبدیل موجک گسسته تک‌بعدی، به ما امکان می‌دهد تا به عمق تصاویر نفوذ کرده و ساختار پنهان آن‌ها را آشکار کنیم. در این روش، تصویر ابتدا به مجموعه‌ای از خطوط در زوایای مختلف تجزیه می‌شود که هر یک حاوی اطلاعاتی در مورد شدت پیکسل‌ها در آن جهت خاص است. این مرحله شبیه به اسکن تصویر از زوایای مختلف است. سپس، با استفاده از تبدیل موجک، این خطوط به اجزای تشکیل‌دهنده خود در مقیاس‌های مختلف تفکیک می‌شوند تا جزئیات پنهان تصویر آشکار شود. این رویکرد جامع، به ما اجازه می‌دهد تا ساختارهای خطی، لبه‌ها، گوشه‌ها و سایر

¹⁵Finite Radon Transform

ویژگی‌های هندسی تصویر را با دقت بسیار بالایی تشخیص داده و تحلیل کنیم. به عبارت ساده‌تر، FRAT به ما کمک می‌کند تا تصاویر را به صورت مجموعه‌ای از خطوط ببینیم و تبدیل موجک، این خطوط را به اجزای کوچکتر و دقیق‌تری تقسیم می‌کند. این ابزار کاربرد گسترده‌ای در حوزه‌های مختلفی مانند تشخیص اشیاء، بازسازی تصویر و آنالیز پزشکی دارد و به عنوان یک روش قدرتمند برای نهان‌نگاری تصاویر مورد استفاده قرار می‌گیرد.

میدان متناهی $Z_p = \{1, 2, 3, \dots, p-1\}$ که در آن محاسبات به عدد اول p باز می‌گردد را در نظر بگیرید. تبدیل FRAT روی تابع f که بر روی یک شبکه دو بعدی از عناصر Z_p تعریف شده است به صورت معادله ۴.۲ است:

$$r_k[l] = FRAT_f(k, l) = \frac{1}{\sqrt{p}} \sum_{(i,j) \in L_{k,l}} f[i, j] \quad (4.2)$$

$L_{k,l}$ را به عنوان مجموعه‌ای از نقاط که یک خط را روی شبکه Z_p^2 تشکیل می‌دهند، به صورت معادله ۵.۲ نشان می‌دهیم:

$$\begin{aligned} L_{k,l} &= \{(i, j) : j = ki + l \pmod{p}, i \in Z_p\}, 0 \leq k < p, \\ L_{p,l} &= \{(l, j) : j \in Z_p\}. \end{aligned} \quad (5.2)$$

به لطف قابلیت وارون‌پذیری FRAT، می‌توان با تجزیه هر توالی از پرتوهای جهت‌دار $[r_k[0], r_k[1], \dots, r_k[p-1]]$ حاصل از FRAT به کمک تبدیل موجک یک‌بعدی، به تصویر اصلی بازگردیم. به عبارت دیگر، در تبدیل تیغک محدود می‌توانیم با طی کردن مراحل وارونه، از داده‌های حاصل از FRAT، تصویر اولیه را مجدداً بازسازی کنیم.

۳.۲. تجزیه مقدار تکین

SVD یکی از قدرتمندترین ابزارهای ریاضی در زمینه پردازش سیگنال و تصویر است. این روش، هر ماتریس را به صورت حاصلضرب دو ماتریس متعامد و یک ماتریس قطری تجزیه می‌کند. این تجزیه، ساختار درونی داده‌ها را آشکار کرده و امکان تحلیل و دستکاری موثر داده‌ها را فراهم می‌آورد. در پردازش تصویر، SVD کاربردهای گسترده‌ای از جمله کاهش نویز، فشرده‌سازی تصویر، تشخیص الگو و نهان‌نگاری دارد. به طور خاص، SVD می‌تواند به صورت مستقل یا در ترکیب با تکنیک‌های دیگر پردازش تصویر برای اهداف نهان‌نگاری استفاده شود. دو ویژگی کلیدی، SVD را برای کاربردهای نهان‌نگاری جذاب می‌کند:

- SVD در برابر تغییرات جزئی تصویر مقاومت نشان می‌دهد، زیرا بسیاری از مقادیر تکین نسبتاً بدون تغییر باقی

می‌مانند.

- مقادیر تکین، حاوی اطلاعات ساختاری بنیادی تصویر هستند که این ویژگی، آن‌ها را به بستر مناسبی برای جاسازی داده‌های مخفی در فرآیند نهان‌نگاری تبدیل می‌کند.

هنگامی که به یک ماتریس A با ابعاد $M \times N$ اعمال می‌شود، SVD یک تجزیه به سه ماتریس مجزا به صورت معادله

۶.۲ ارائه می‌دهد:

$$A = U \times S \times V^T, \quad (۶.۲)$$

که در آن U و V هر دو متعامد هستند و S یک ماتریس قطری است. اعداد داخل ماتریس S را مقادیر تکین می‌نامیم که به ترتیب از بزرگ به کوچک قرار گرفته‌اند.

۳. روش پیشنهادی

این مقاله، روشی را پیشنهاد می‌کند که از سه ابزار ریاضی کلیدی استفاده می‌کند: DCT، FRIT و SVD. این فرآیند با اعمال DCT روی تصویر میزبان آغاز می‌شود و آن را به یک ماتریس ضرایب تبدیل می‌کند. سپس این ضرایب تحت FRIT قرار می‌گیرند و ویژگی‌های مناسب برای جاسازی نهان‌نگاره استخراج می‌شوند. در نهایت، تصویر نهان‌نگاره به طور مستقیم، مقادیر تکین به دست آمده از ضرایب FRIT را تحت تأثیر قرار می‌دهد و در آن جاسازی می‌گردد. برای بازیابی نهان‌نگاره جاسازی شده، الگوریتمی به کار می‌رود که ورودی آن تصویر نهان‌نگاری شده است. ابتدا تصویر ورودی همانند الگوریتم جاسازی، تحت تبدیل DCT قرار می‌گیرد تا یک ماتریس ضرایب به دست آید. سپس FRIT روی این ماتریس اعمال می‌گردد و مقادیر تکین آن محاسبه می‌شود. بعد از آن، یک معکوس SVD روی ماتریس‌های حاصل از الگوریتم جاسازی و مقادیر تکین به دست آمده انجام می‌گیرد. در نهایت تصویر نهان‌نگاره توسط فرمولی بازیابی می‌گردد که معکوس فرمول جاسازی است.

۱.۳. الگوریتم جاسازی نهان‌نگاره

مرحله ۱: تصویر میزبان (A) تحت DCT قرار می‌گیرد و به یک ماتریس ضرایب (B) تبدیل می‌شود. این کار تصویر را برای پردازش بیشتر آماده می‌کند.

$$B = DCT(A) \quad (۱.۳)$$

مرحله ۲: ماتریس B تحت FRIT قرار می‌گیرد. این مرحله ضرایب تیغک (F) را استخراج می‌کند که ویژگی‌های خطی برجسته موجود در تصویر را حفظ می‌کنند.

$$F = FRIT(B) \quad (2.3)$$

مرحله ۳: ماتریس ضرایب تیغک (F) با استفاده از SVD تجزیه می‌شود. این فرآیند مقادیر تکین را که برای جاسازی نهان‌نگاره ضروری هستند، آشکار می‌کند.

$$[U_1, S_1, V_1] = SVD(F) \quad (3.3)$$

مرحله ۴: تصویر نهان‌نگاره (W) با استفاده از یک ضریب مقیاس (α) در مقادیر تکین (S) تصویر میزبان گنجانده می‌شود. این مرحله اطلاعات نهان‌نگاره را در تصویر میزبان ادغام می‌کند.

$$W' = S + \alpha.W \quad (4.3)$$

مرحله ۵: نهان‌نگاره اصلاح شده (W') با یک عملیات SVD دیگر پردازش می‌شود.

$$[U_2, S_2, V_2] = SVD(W') \quad (5.3)$$

مرحله ۶: معکوس SVD اعمال می‌شود تا ماتریس ضرایب تیغک نهایی (F') به دست آید. این ماتریس، نهان‌نگاره جاسازی شده را حمل می‌کند.

$$F' = U_1 \times S_2 \times V_1^T \quad (6.3)$$

مرحله ۷: معکوس تبدیل FRIT و معکوس تبدیل DCT به ترتیب روی تصویر تغییر یافته F' اعمال می‌شوند تا تصویر اصلی که اکنون حاوی اطلاعات نهان شده است (A^*) به دست آید.

۲.۳. الگوریتم بازیابی نهان‌نگاره

این فرآیند، نهان‌نگاره جاسازی شده را به صورت زیر از تصویر نهان‌نگاری شده بازیابی می‌کند:

مرحله ۱: تصویر نهان‌نگاری شده (A^*) تحت DCT قرار می‌گیرد و به یک ماتریس ضرایب (B^*) تبدیل می‌شود.

$$B^* = DCT(A^*) \quad (۷.۳)$$

مرحله ۲: مشابه جاسازی، B^* تحت FRIT قرار می‌گیرد. این کار، ضرایب تیغک (F^*) را استخراج می‌کند که اطلاعات نهان‌نگاره را در بر دارد.

$$F^* = FRIT(B^*) \quad (۸.۳)$$

مرحله ۳: ماتریس ضرایب تیغک با استفاده از SVD تجزیه می‌شود تا مقادیر تکین تغییر یافته (S^*) به دست آید.

$$[U^*, S^*, V^*] = SVD(F^*) \quad (۹.۳)$$

مرحله ۴: با استفاده از ماتریس‌های حاصل از فرآیند جاسازی (U_2 و V_2) و مقادیر تکین تغییر یافته (S^*), یک معکوس SVD بر روی S^* انجام می‌شود.

$$W' = U_2 \times S^* \times V_2^T \quad (۱۰.۳)$$

مرحله ۵: نهان‌نگاره پنهان شده (W^*) با استفاده از یک فرمول ریاضی مشتق شده از فرآیند جاسازی بازیابی می‌گردد.

$$W^* = \frac{(W' - S_1)}{\alpha} \quad (۱۱.۳)$$

۴. پیاده‌سازی و ارزیابی نتایج تجربی

عملکرد روش پیشنهادی از طریق آزمایش بر روی مجموعه‌ای متنوع از پنج تصویر میزبان خاکستری (هر کدام با ابعاد ۲۵۷×۲۵۷ پیکسل) که از پایگاه داده تصاویر USC-SIPI به دست آمده‌اند، ارزیابی گردید (شکل ۱). برای نهان‌نگاره از یک تصویر خاکستری جداگانه با همان اندازه (Cameraman) استفاده شد. یک ضریب مقیاس ($\alpha = ۰/۰۳$) در طول فرآیندهای جاسازی و بازیابی برای بهینه‌سازی عملکرد اعمال شد که به صورت تجربی محاسبه گردید. برای محاسبه ضریب مقیاس با روش آزمون و خطا، اعداد مختلف بررسی شدند (شکل ۲). به ازای هر مقدار، مراحل جاسازی و بازیابی روی تصاویر نمونه اجرا شد تا در نهایت عددی به دست آمد که در عین شفافیت بالا، مقاومت خوبی را نسبت به حملات مختلف

نتیجه دهد. در ادامه، معیارهای شفافیت و مقاومت شرح داده می‌شود.

برای ارزیابی کارایی طرح پیشنهادی، دو معیار کلیدی شفافیت و مقاومت استفاده می‌شود. شفافیت میزان تطابق بصری بین تصاویر اصلی و نهان‌نگاری شده را اندازه‌گیری می‌کند. این معیار با استفاده از نسبت سیگنال به نویز پیک^{۱۶} (PSNR) و شاخص شباهت ساختاری^{۱۷} (SSIM) ارزیابی می‌گردد. محاسبه PSNR به صورت معادله ۱.۴ است:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left(\frac{MAX(p)^2}{MSE} \right), \quad (1.4)$$

که در آن $MAX(p)$ نشان‌دهنده بالاترین مقدار شدت ممکن یک پیکسل در تصویر است. معیار MSE نشان‌دهنده میانگین تغییرات شدت مربعی بین نسخه‌های اصلی و نهان‌نگاری شده است. این معیار به صورت معادله ۲.۴ محاسبه می‌شود:

$$MSE = \frac{1}{xy} \sum_{p=0}^{x-1} \sum_{q=0}^{y-1} [O(p, q) - W(p, q)]^2, \quad (2.4)$$

که در آن، (x, y) ابعاد تصویر (عرض و ارتفاع) را نشان می‌دهند، در حالی که $O(p, q)$ و $W(p, q)$ مقادیر شدت تصاویر اصلی و نهان‌نگاری شده در مختصات پیکسل (p, q) را نشان می‌دهند.

SSIM یک جایگزین برای معیارهای سنتی مانند PSNR ارائه می‌دهد که بر اطلاعات ساختاری درون تصاویر تمرکز دارد. محاسبه آن از یک رویکرد پنجره‌ای برای تجزیه تصویر به منظور تحلیل استفاده می‌کند، همانطور که در معادله ۳.۴ نشان داده شده است:

$$SSIM(O, W) = \frac{(2M_o M_w + c_1)(2V_{ow} + c_2)}{(M_o^2 + M_w^2 + c_1)(V_o^2 + V_w^2 + c_2)} \quad (3.4)$$

که در آن (M_o) و (M_w) میانگین‌های O و W هستند، (V_o) و (V_w) واریانس‌های O و W به ترتیب هستند، (V_{ow}) مقدار کوواریانس بین O و W است، و ثابت‌های (c_1) و (c_2) برای جلوگیری از ناپایداری عددی در محاسبات مربوط به مقادیر کوچک گنجانده شده‌اند.

یکی دیگر از الزامات مهم برای نهان‌نگاری، مقاومت در برابر حملات است. این مقاومت، که به عنوان استحکام نیز شناخته می‌شود، با استفاده از معیار همبستگی متقاطع نرمال شده^{۱۸} (NC) ارزیابی می‌شود. NC درجه شباهت بین نهان‌نگاره

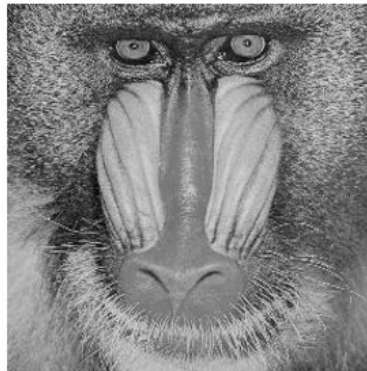
¹⁶Peak Signal-to-Noise Ratio

¹⁷Structural Similarity Index Measure

¹⁸Normalized Cross Correlation



Bridge (ج)



Baboon (ب)



F16 (ا)



Cameraman (س)

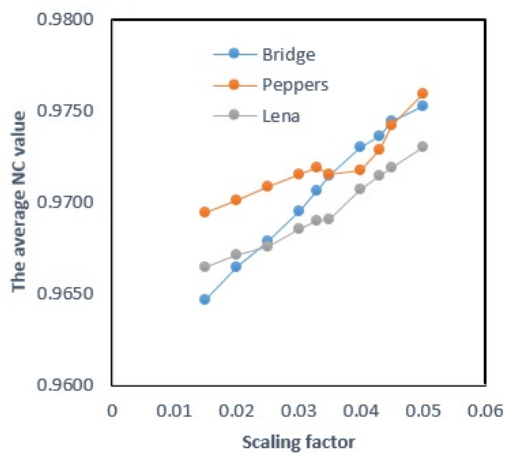


Lena (ز)

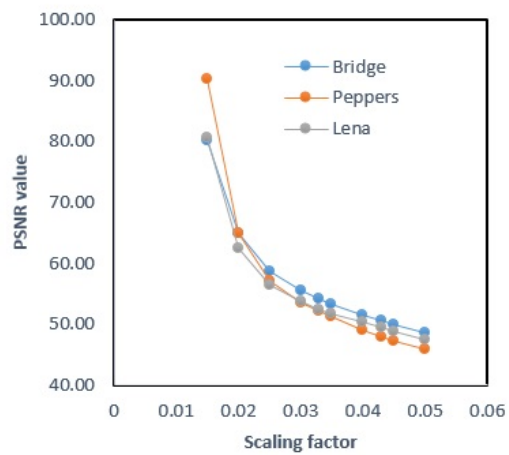


Peppers (د)

شکل ۱: آ تا ز: تصاویر میزبان. (س) تصویر نهان‌نگاره



(ب)



(ا)

شکل ۲: مقادیر شفافیت (PSNR) و مقاومت (NC) روی سه تصویر میزبان Bridge، Peppers و Lena: مقادیر PSNR به دست آمده به ازای مقادیر متفاوت ضریب مقیاس ب: مقادیر میانگین NC به دست آمده به ازای مقادیر متفاوت ضریب مقیاس

۹۱ فرزانه سالاری، محمد ابوالقاسمی، حسین جوانشیری / موجک‌ها و جبرخطی ۱۲ (۱) (۱۴۰۴) ۸۰-۱۰۰
 اصلی (W) و نهان‌نگاره استخراج شده (W) پس از یک حمله را کمی می‌کند. محاسبه آن به صورت معادله است:

$$NC(W, W') = \frac{\sum_{p=0}^{x-1} \sum_{q=0}^{y-1} (W(p, q) - M_w)(W'(p, q) - M_{w'})}{\sqrt{\sum_{p=0}^{x-1} \sum_{q=0}^{y-1} (W(p, q) - M_w)^2} \sqrt{\sum_{p=0}^{x-1} \sum_{q=0}^{y-1} (W'(p, q) - M_{w'})^2}} \quad (۴.۴)$$

که در آن (M_w) و $(M_{w'})$ نشان‌دهنده مقادیر میانگین شدت پیکسل‌های نهان‌نگاره اصلی و استخراج شده به ترتیب هستند. برای سنجش مقاومت تصاویر حاوی اطلاعات نهان‌نگاره، این تصاویر تحت مجموعه متنوعی از حملات قرار گرفتند و از معیار NC استفاده شد. این معیار به صورت کمی میزان مقاومت نهان‌نگاری را پس از هر حمله مشخص می‌کند. حملاتی که در این پژوهش مورد بررسی قرار گرفتند، شامل موارد زیر می‌باشند:

- افزودن نویز: نویز گوسی^{۱۹}، نویز لکه‌ای^{۲۰}، و نویز نمک و فلفل^{۲۱}
- فیلترگذاری: فیلترهای میانگین^{۲۲}، گوسی پایین‌گذر^{۲۳}، و میانه^{۲۴}
- پردازش تصویر/هندسی: تصحیح گاما^{۲۵}، همسان‌سازی هیستوگرام^{۲۶}، فشرده‌سازی JPEG^{۲۷}، برش^{۲۸}، چرخش^{۲۹}، و تغییر مقیاس^{۳۰}

جدول ۱ مقادیر NC حاصل از آزمایش‌های ارزیابی طرح نهان‌نگاری پیشنهادی در برابر حملات مختلف روی پنج تصویر میزبان شامل: Lena و Peppers, Bridge, Baboon, F16 را نمایش می‌دهد. جالب توجه است که میانگین مقادیر NC برای اکثر حملات بالای ۰/۹۷ است، که نشان‌دهنده مقاومت مناسب الگوریتم می‌باشد. کمترین مقدار متوسط NC برای چرخش ۴۵ درجه با مقدار ۰/۷۹ ثبت شده است. روش پیشنهادی بالاترین مقادیر NC را برای فشرده‌سازی JPEG در تمام

¹⁹Gaussian Noise

²⁰ Speckle Noise

²¹Salt-and-Pepper Noise

²²Average Filter

²³Gaussian low-pass Filter

²⁴Median Filter

²⁵Gamma Correction

²⁶Histogram Equalization

²⁷ JPEG Compression

²⁸Cropping



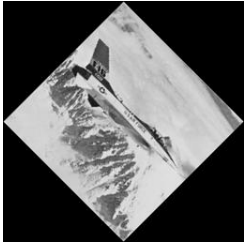







²⁹Rotation

³⁰Scaling

نمونه‌های تصویری به دست می‌آورد. این نتایج احتمالاً به این دلیل است که این روش از DCT استفاده می‌کند که به خوبی با فشرده‌سازی JPEG سازگار است.

برای نمایش تأثیر حملات بر روی نهان‌نگاره، جدول ۲ نسخه‌های آسیب‌دیده از تصویر F16 را در کنار نهان‌نگاره استخراج‌شده ارائه می‌دهد. این جدول شامل حملات هندسی و پردازش تصویر است.

جدول ۲: حملات مختلف روی تصویر F16 و نهان‌نگاره‌های استخراج شده از هریک از آن‌ها

Attack	NC	Watermarked Image	Extracted Watermark
Scaling ۰/۲۵	۰/۹۸۱۴		
Rotate ۴۵	۰/۵۳۰۷		
Crop ۲۵%	۰/۸۶۸۵		
Histogram Equal	۰/۹۴۹۹		
JPEG ۵۰	۰/۹۸۸۹		

جدول ۲ مقادیر PSNR و SSIM را نمایش می‌دهد که به بررسی شفافیت تصاویر میزبان پس از جاسازی نهان‌نگاره با استفاده از روش پیشنهادی می‌پردازد. مقادیر بالای این معیارها نشان‌دهنده این است که نهان‌نگاره‌ها به خوبی مخفی شده‌اند

و تأثیر کمی بر کیفیت بصری تصاویر اصلی دارند.

جدول ۳: مقایسه شفافیت تصاویر مختلف میزبان

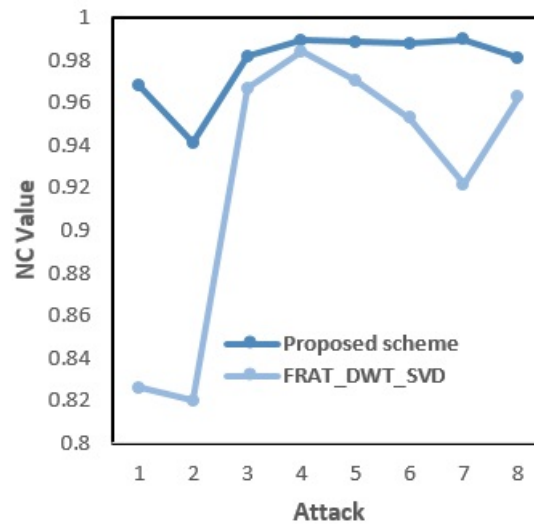
	F16	Baboon	Bridge	Peppers	Lena
PSNR	۵۱/۴۲	۵۲/۶۲	۵۵/۴۴	۵۳/۵۰	۵۳/۵۶
SSIM	۱	۱	۱	۱	۱

شکل ۳ مقادیر NC روش پیشنهادی را در مقایسه با روش ارائه شده در [۱۵] در برابر حملات مختلف نمایش می‌دهد. همان‌طور که در شکل قابل مشاهده است، طرح ما در سناریوهای حمله مختلف از مقاومت بالاتری برخوردار است. روش پیشنهادی، برخلاف روش [۱۵] که از تبدیل رادون محدود (FRAT) و سپس تبدیل موجک دو بعدی استفاده می‌کند، از تبدیل تیغک محدود (FRIT) بهره می‌برد. همان‌طور که پیش‌تر توضیح داده شد، FRIT در واقع به نوعی حالت خاصی از FRAT محسوب می‌شود که با اعمال یک تبدیل موجک یک‌بعدی بر روی خروجی FRAT به دست می‌آید. نتایج حاصل نشان می‌دهد که استفاده از FRIT به جای FRAT منجر به افزایش قابل توجهی در مقاومت نهان‌نگاری در برابر اغلب حملات می‌شود. روش پیشنهادی از نظر شفافیت نیز نسبت به روش [۱۵] به طور قابل ملاحظه‌ای بهتر است (شکل ۷).

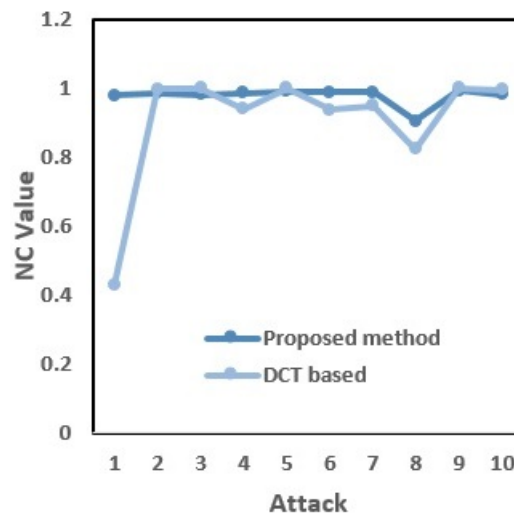
شکل ۴ مقایسه مقادیر NC بین روش پیشنهادی و روش ارائه شده در [۱۱] برای حملات مختلف را نشان می‌دهد. نتایج حاکی از آن است که طرح ما عملکرد قابل مقایسه‌ای با روش [۱۱] دارد. به طور خاص، روش مبتنی بر DCT [۱۱] مقاومت کامل (NC برابر ۱) در برابر نویز لکه‌ای، فیلتر پایین‌گذر گوسی و فشرده‌سازی JPEG نشان می‌دهد. با این حال، برای حملاتی مانند نویز نمک و فلفل، فیلتر میانگین، فیلتر میانه، تغییر مقیاس و برش، روش ما مقاومت برتری را نشان می‌دهد که با مقادیر NC بالاتر اثبات می‌شود. در مورد شفافیت یعنی مقادیر PSNR، روش پیشنهادی به طور قابل توجهی بهتر عمل کرده است. (شکل ۷)

شکل ۵ مقادیر NC روش پیشنهادی را در مقایسه با روش ارائه شده در [۲۰] در برابر حملات مختلف نمایش می‌دهد. همان‌طور که در شکل قابل مشاهده است، طرح پیشنهادی در اغلب سناریوهای حمله از مقاومت بالاتری برخوردار است. تنها در مورد حملات نویز گوسی و برش است که روش [۲۰] مقدار مقاومتی کمی بهتر نسبت به روش ما دارد. این نتایج نشان می‌دهد که استفاده از تبدیل‌هایی همچون FRIT و DCT می‌تواند در بهبود مقاومت تاثیرگذار باشد. هر دو روش، شفافیت بالایی دارند و روش ما از PSNR کمی بیشتری نسبت به روش [۲۰] برخوردار است (شکل ۷).

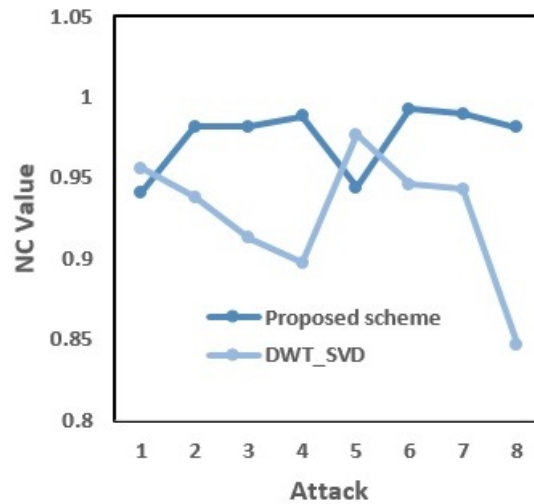
شکل ۶ مقایسه مقادیر NC بین روش پیشنهادی و روش ارائه شده در [۲۳] برای حملات مختلف را نشان می‌دهد. نتایج نشان می‌دهد که طرح پیشنهادی عملکرد قابل مقایسه‌ای با روش [۲۳] دارد. اختلاف مقاومت دو روش در حملات مختلف بسیار کم است که از این جنبه، هیچ یک بر دیگری برتری ندارند. این امر نشان می‌دهد ترکیب دو تبدیل DCT و DWT می‌تواند نتایج قابل‌قبولی از نظر مقاومت ارائه دهد. البته استفاده از FRIT در روش پیشنهادی سبب شده تا این رویکرد، از نظر شفافیت (PSNR) برتری قابل‌ملاحظه‌ای نسبت به روش [۲۳] پیدا کند (شکل ۷).



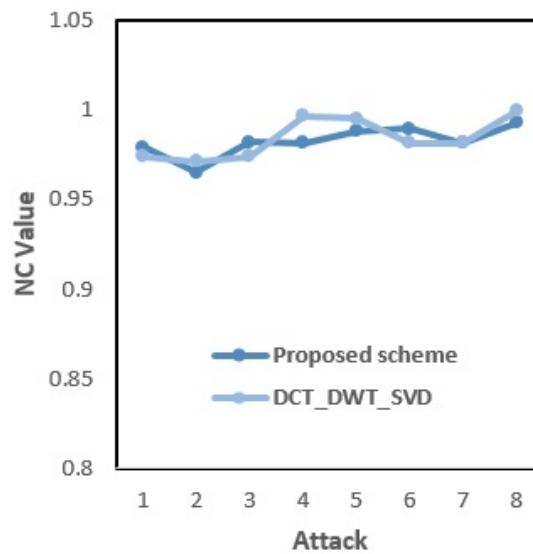
شکل ۳: مقایسه مقاومت روش پیشنهادی با رویکرد FRAT-DWT-SVD روی تصویر Lena. محور افقی نمودار به ترتیب متناظر با حملات زیر است: (۱) نویز نمک و فلفل ۰/۱، (۲) نویز گوسی ۰/۱، (۳) نویز لکه ای ۰/۰۱، (۴) فیلتر گوسی پایین گذر ۳×۳، (۵) فیلتر میانه ۳×۳، (۶) تغییر مقیاس ۰/۵، (۷) تصحیح گاما ۰/۹ و (۸) همسان‌سازی هستیوگرام.



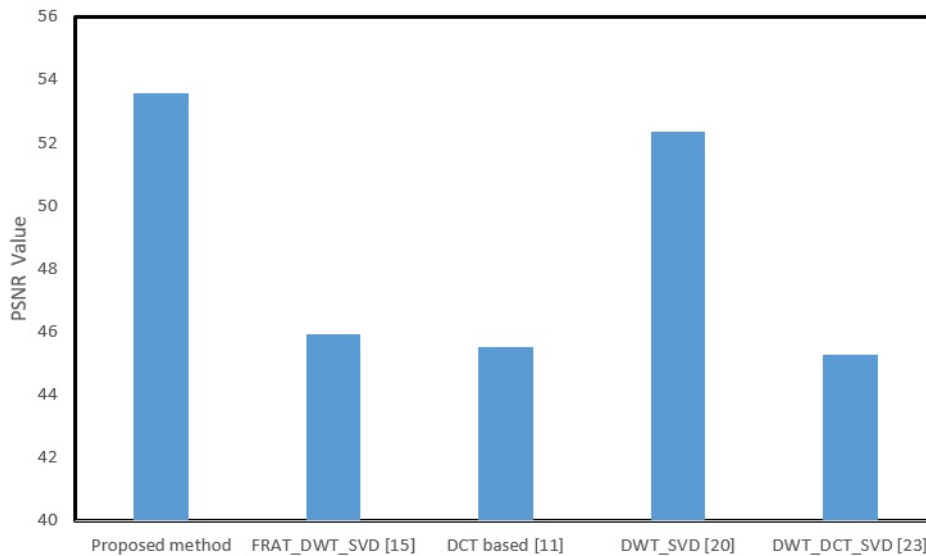
شکل ۴: مقایسه مقاومت روش پیشنهادی با رویکرد بر اساس DCT روی تصویر Lena. محور افقی نمودار به ترتیب متناظر با حملات زیر است: (۱) نویز نمک و فلفل ۰/۰۱، (۲) نویز گوسی ۰/۰۰۱، (۳) نویز لکه ای ۰/۰۱، (۴) فیلتر میانگین ۳×۳، (۵) فیلتر گوسی پایین گذر ۳×۳، (۶) فیلتر میانه ۳×۳، (۷) تغییر مقیاس ۰/۵، (۸) برش ۲۵٪، (۹) فشرده سازی JPEG 50 و (۱۰) همسان‌سازی هستیوگرام.



شکل ۵: مقایسه مقاومت روش پیشنهادی با رویکرد DWT-SVD روی تصویر Lena. محور افقی نمودار به ترتیب متناظر با حملات زیر است: (۱) نویز گوسی ۰/۱، (۲) نویز لکه ای ۰/۰۱، (۳) فیلتر میانه 9×9 ، (۴) تغییر مقیاس ۰/۵، (۵) برش ۵۰٪، (۶) فشرده‌سازی JPEG 50، (۷) تصحیح گاما ۰/۹، و (۸) همسان‌سازی هستیوگرام.



شکل ۶: مقایسه مقاومت روش پیشنهادی با رویکرد DCT-DWT-SVD روی تصویر Lena. محور افقی نمودار به ترتیب متناظر با حملات زیر است: (۱) نویز نمک و فلفل ۰/۰۱، (۲) نویز گوسی ۰/۰۱، (۳) نویز لکه ای ۰/۰۱، (۴) فیلتر میانه 9×9 ، (۵) تغییر مقیاس ۰/۵، (۶) تصحیح گاما ۰/۹، (۷) برش ۹۰٪، و (۸) فشرده‌سازی JPEG 50.



شکل ۷: مقایسه شفافیت رویکرد پیشنهادی با روش های دیگر روی تصویر Lena.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای کارهای آینده

در این مقاله، روشی برای نهان‌نگاری تصویر کور ارائه می‌شود که از ترکیبی از DCT، FRIT و SVD بهره می‌برد. نتایج ارزیابی نشان می‌دهند که روش پیشنهادی در مقایسه با روش [۱۵] مقاومت بالاتری در برابر انواع حملات از خود نشان می‌دهد که ناشی از استفاده از FRIT به جای تبدیل رادون محدود (FRAT) است. در مقایسه با روش [۱۱]، روش پیشنهادی عملکرد قابل مقایسه‌ای دارد و در برخی حملات مانند نویز نمک و فلفل، فیلتر میانگین، فیلتر میانه، تغییر مقیاس و برش، مقاومت بهتری ارائه می‌دهد. همچنین، روش پیشنهادی در مقایسه با روش [۲۰]، در اغلب سناریوهای حمله مقاومت بالاتری دارد و تنها در برابر نویز گوسی و برش، اندکی ضعیف‌تر عمل می‌کند. در نهایت، مقایسه با روش [۲۳] نشان می‌دهد که عملکرد دو روش از نظر مقاومت تقریباً مشابه است، اما روش پیشنهادی به دلیل استفاده از FRIT، شفافیت (PSNR) به مراتب بهتری نسبت به روش [۲۳] ارائه می‌دهد. به طور کلی، نتایج آزمایش‌ها نشان می‌دهد که استفاده از تبدیل FRIT در روش پیشنهادی، ضمن بالا بردن شفافیت تصویر، می‌تواند در مقاومت نهان‌نگاری در برابر انواع حملات بهبود ایجاد می‌کند. در آینده، قصد داریم پتانسیل الگوریتم‌های تجزیه جایگزین مانند تجزیه شور [۲۲] و تجزیه QR [۱۰] را به‌عنوان جایگزین‌هایی برای SVD در چارچوب DCT-FRIT-SVD بررسی کنیم.

- [1] A.k. Abdulrahman and S. Ozturk, A novel hybrid DCT and DWT based robust watermarking algorithm for color images, *Multimedia Tools and Applications*, **78** (2019), 17027-17049.
- [2] S. Borra and R. Thanki, A FRT-SVD based blind medical watermarking technique for telemedicine applications, *International Journal of Digital Crime and Forensics (IJDCF)*, 11(2), (2019), 13-33.
- [3] E. Candes and D.L. Donoho, Ridgelets: a key to higherdimensional intermittency?, *Phil. Trans. R. Soc. Lond. A.* (1999), 2495-2509.
- [4] M.N. Do and M. Vetterli, Orthonormal finite ridgelet transform for image compression, *IEEE Image Processing*, **2** (2000), 367-370.
- [5] O. Jane, E. Elbaşı and H.G. Ilk, Hybrid non-blind watermarking based on DWT and SVD, *J Appl Res Technol* **12** (2014), 750-761.
- [6] J. Liu, J. Huang, Y. Luo, L. Cao, S. Yang, D. Wei and R. Zhou, An optimized image watermarking method based on HD and SVD in DWT domain, *IEEE Access*, **7** (2019), 80849-80860.
- [7] P. Mangaiyarkarasi and S. Arulselvi, A new digital image watermarking based on Finite Ridgelet Transform and extraction using ICA, in: *Proc. International Conference on Emerging Trends in Electrical and Computer Technology*, 2011, 837-841.
- [8] A. Mehto and N. Mehra, Adaptive lossless medical image watermarking algorithm based on DCT and DWT. *Procedia Comput Sci*, **78** (2016), 88-94.
- [9] A. Mishra, C. Agarwal, A. Sharma and P. Bedi, Optimized gray-scale image watermarking using DWT-SVD and firefly algorithm, *Expert Syst Appl* **41** (2014), 7858-7867.
- [10] P. Mitra, R. Gunjan and M. S. Gaur, A multi-resolution watermarking based on contourlet transform using SVD and QR decomposition, in: *Proc. International Conference on Recent Advances in Computing and Software Systems (RACSS)*, 2012, 135-140.
- [11] M. Moosazadeh and G. Ekbatanifard, A new DCT-based robust image watermarking method using teaching-learning-based optimization, *Journal of Information Security and Applications*, **47** (2019), 28-38.
- [12] S.E. Naffouti, A. Kricha and A. Sakly, A sophisticated and provably grayscale image watermarking system using DWT-SVD domain, *The Visual Computer*, **39**(9), (2023), 4227-4247.
- [13] P. Parashar and R.K. Singh, A survey: digital image watermarking techniques , *International Journal of signal processing, image processing and pattern recognition*, **7**(6), (2014), 111-124.
- [14] P. Premaratne, C.C. Ko, A novel watermark embedding and detection scheme for images in DFT domain, in: *Proc. Inter. Conf. on Image Processing and Its Applications*, 1999, 780-3.
- [15] S. Rastegar, F. Namazi, K. Yaghmaie and A. Aliabadian, Hybrid watermarking algorithm based on singular value decomposition and radon transform, *AEU-international journal of electronics and Communications*, **65**(7), (2011), 658-663.

- [16] S. Rawat and B. Raman, Best tree wavelet packet transform based copyright protection scheme for digital images, *Optics Communications*, **285**(10-11), (2012), 2563-2574.
- [17] N. Saikrishna and M.G. Resmipriya, An invisible logo watermarking using Arnold transform, *Procedia Comput Sci*, **93** (2016), 808-815.
- [18] S. Sharma, J.J. Zou, G. Fang, P. Shukla and W. Cai, A review of image watermarking for identity protection and verification, *Multimedia Tools and Applications*, **83**(11), (2024), 31829-31891.
- [19] S. Singh, V.S. Rathore, R. Singh and M.K. Singh, Hybrid semi-blind image watermarking in redundant wavelet domain, *Multimedia Tools and Applications*, **76**(18), (2017), 19113-19137.
- [20] D. Singh and S.K. Singh, DWT-SVD and DCT based robust and blind watermarking scheme for copyright protection, *Multimedia Tools and Applications*, **76**(11), (2017), 13001-13024.
- [21] J. Song, J. Song and Y. Bao, A blind digital watermark method based on SVD and chaos, *Procedia Engineering*, **29** (2012), 285-289.
- [22] Q. Su, Y. Niu, X. Liu and Y. Zhu, Embedding color watermarks in color images based on Schur decomposition, *Opt. Commun.*, **285**(7), (2012), 1792-1802.
- [23] L. Zhang and D. Wei, Dual DCT-DWT-SVD digital watermarking algorithm based on particle swarm optimization, *Multimedia Tools and Applications*, **78**, (2019) 28003-28023.

جدول ۱: مقایسه مقادیر NC روی تصاویر میزبان

Attack	F16	Baboon	Bridge	Peppers	Lena
Salt-and-Pepper Noise ۰/۰۱	۰/۹۷۵۴	۰/۹۸۲۱	۰/۹۸۱۲	۰/۹۸۰۹	۰/۹۷۹۱
Gaussian Noise ۰/۰۱	۰/۹۷۴۴	۰/۹۷۲۳	۰/۹۶۲۱	۰/۹۷۰۷	۰/۹۶۹۰
Speckle Noise ۰/۰۱	۰/۹۷۳۱	۰/۹۸۰۸	۰/۹۸۰۸	۰/۹۸۳۷	۰/۹۸۲۰
Average Filtering ۳ × ۳	۰/۹۸۲۴	۰/۹۶۹۵	۰/۹۷۲۷	۰/۹۸۶۲	۰/۹۸۶۹
Gaussian low-pass ۳ × ۳	۰/۹۸۴۲	۰/۹۸۴۷	۰/۹۸۵۶	۰/۹۸۹۲	۰/۹۸۹۵
Gaussian low-pass ۹ × ۹	۰/۹۸۴۵	۰/۹۸۴۵	۰/۹۸۵۷	۰/۹۸۹۳	۰/۹۸۹۴
Median Filtering ۳ × ۳	۰/۹۸۳۴	۰/۹۷۶۴	۰/۹۷۸۹	۰/۹۸۸۴	۰/۹۸۸۶
Scaling ۰/۲۵	۰/۹۸۱۴	۰/۹۵۸۰	۰/۹۵۵۰	۰/۹۸۵۸	۰/۹۸۳۹
Rotate ۴۵	۰/۵۳۰۷	۰/۷۲۸۷	۰/۹۴۳۲	۰/۸۷۱۰	۰/۹۰۰۳
Rotate ۹۰	۰/۹۷۷۵	۰/۹۷۲۳	۰/۹۶۳۱	۰/۹۶۷۴	۰/۹۲۲۹
Gamma Correction ۰/۹	۰/۹۸۴۰	۰/۹۹۱۳	۰/۹۹۰۴	۰/۹۹۱۴	۰/۹۸۹۸
Crop ۲۵%	۰/۸۶۸۵	۰/۶۸۰۷	۰/۹۰۰۶	۰/۹۱۴۱	۰/۹۰۵۰
JPEG Compression ۵۰	۰/۹۸۸۹	۰/۹۸۹۵	۰/۹۹۲۰	۰/۹۹۲۹	۰/۹۹۲۸
Histogram Equalization	۰/۹۴۹۹	۰/۹۶۰۷	۰/۹۸۳۴	۰/۹۸۵۲	۰/۹۸۱۳