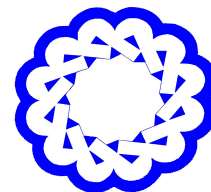


## موجک‌ها و جبرخطی

<http://wala.vru.ac.ir>



دانشگاه ولیعصر (عج)

رفسنجان

### طرح نهان‌نگاری تصویر بهبودیافته ترکیبی در حوزه قیچک و موجک

حسین جوانشیری\*، ملیحه مردانپور

آ دانشکده علوم ریاضی، دانشگاه یزد، یزد، ایران

ب دانشکده مهندسی برق و کامپیوتر، دانشگاه تهران، تهران، ایران

#### چکیده

نهان‌نگاری یکی از بهترین روش‌های تامین حفاظت از حق‌نشر و اعتبارسنجی محتواهای چندرسانه‌ای می‌باشد. در این مقاله یک طرح ترکیبی با استفاده از تبدیل‌های موجک و قیچک گسسته در کنار روش تجزیه ماتریسی مقادیر تکین ارائه شده است. به‌منظور امنیت بیشتر از نگاهت آرنولد جهت رمزگذاری استفاده می‌شود. بررسی نتایج و مقایسه آن با روش‌های دیگر نشان می‌دهد که این روش توانسته است علاوه بر تامین شفافیت، در برابر طیف گسترده‌ای از انواع حمله‌های هندسی و پردازش تصویری مقاوم باشد.

موجک‌ها و جبرخطی (۱۳۹۷) ©

#### اطلاعات مقاله

تاریخچه مقاله:

دریافت شده: ۶ بهمن ۱۳۹۶

پذیرفته شده: ۴ تیر ۱۳۹۷

دسترسی آنلاین: ۷ مرداد ۹۷

ادیتور رابط: علی توکلی

کلمات کلیدی:

نهان‌نگاری تصویر، تبدیل

قیچک گسسته، تبدیل

موجک گسسته.

\*نویسنده مسئول

آدرس ایمیلها: h.javanshiri@yazd.ac.ir (حسین جوانشیری)، malihe.mardanpour@ut.ac.ir (ملیحه مردانپور).

<http://doi.org/10.22072/wala.2018.80226.1154>

موجک‌ها و جبرخطی (۱۳۹۷) ©

## ۱. مقدمه

رشد سریع اینترنت و در دسترس بودن داده‌های دیجیتالی (شامل تصویر، صوت و ویدئو)، همچنین توسعه انواع ابزارهای ویرایش داده، موجب شده است که اعمال انتشار، ذخیره، کپی غیرمجاز، مداخله و تغییر دادن حق نشر این محتواهای چندرسانه‌ای به‌سادگی صورت پذیرد. به‌منظور حفظ امنیت محتواهای چندرسانه‌ای، ارائه راهکارهایی برای حل این مشکلات ضروری است. یکی از راه‌حل‌های مناسب، نهان‌نگاری می‌باشد که به‌طور گسترده برای حفظ حق نشر، اعتبارسنجی محتوا، مالکیت مشروع و ارتباط امن استفاده می‌شود [۸]. نهان‌نگاری دیجیتالی به فرآیند جاسازی نهان‌نگاره، که معمولاً لوگویی به شکل امضای مالک یا لوگوی شرکت است در یک سیگنال میزبان گفته می‌شود. لازم به ذکر است که در برخی متون علمی از واژه نشانه‌گذاری به جای نهان‌نگاری استفاده می‌شود. عمل جاسازی باید طوری صورت گیرد که درج نهان‌نگاره هیچ اثر قابل مشاهده‌ای بر سیگنال میزبان نداشته باشد. همچنین روش نهان‌نگاری باید بتواند در مقابل انواع دستکاری‌ها از نهان‌نگاره محافظت کند. پس از مرحله جاسازی، نهان‌نگاره طی فرآیند استخراج از سیگنال نهان‌نگاری شده بازیابی می‌شود. از میان نهان‌نگاری‌های صوت، تصویر و ویدئو، نهان‌نگاری تصویر به دلیل استفاده بیشتر تصاویر، رایج‌ترین نوع نهان‌نگاری است که در آن سیگنال میزبان، یک تصویر می‌باشد. نهان‌نگاری به‌منظور اهداف متفاوتی مانند نظارت بر چندپخش، اعتبارسنجی و تعیین مالکیت به‌کار گرفته می‌شود [۶]. هر سیستم نهان‌نگاری باید حداقل ویژگی‌های مقاومت، شفافیت، ظرفیت و امنیت را داشته باشد. مقاومت روش نهان‌نگاری، به توانایی تصویر نهان‌نگاری شده در حفظ نهان‌نگاره پس از اعمال انواع حمله‌ها به آن می‌باشد. روش‌های نهان‌نگاری از نظر این ویژگی به سه گروه مقاوم، شکننده و نیمه‌شکننده تقسیم می‌شوند. شباهت ادراکی میان تصویر میزبان و تصویر نشانه‌گذاری شده، شفافیت و یا نامرئی بودن نام دارد. نامرئی بودن بدین معنا است که درج نهان‌نگاره در روش‌های نشانه‌گذاری باید به‌گونه‌ای انجام شود که اثر قابل مشاهده‌ای بر تصویر میزبان نداشته باشد. به تعداد بیت‌های نهان‌نگاره که در تصویر میزبان جاسازی می‌شود، ظرفیت گفته می‌شود. این ویژگی‌های اساسی در تقابل با یکدیگر هستند. برای مثال، رابطه مقاومت و شفافیت که دو ویژگی مهم روش‌های نشانه‌گذاری هستند، عکس یکدیگر است. بدین صورت که با افزایش شفافیت نهان‌نگاری، مقاومت آن در مقابل حمله‌ها کاهش یافته و با کاهش آن، مقاومت بهبود می‌یابد. بنابراین روش‌های نهان‌نگاری باید به‌گونه‌ای طراحی شوند که میان این دو ویژگی تعادل برقرار کنند. یکی از راه‌های برقراری

این توازن استفاده از ضریبی به نام ضریب مقیاس<sup>۱</sup> است که در فرمول‌های جاسازی و استخراج به کار گرفته می‌شود. چالش اصلی در نشانه‌گذاری، ایجاد طرحی است که علاوه بر شفافیت، در برابر انواع حمله‌ها نیز مقاوم باشد [۱]. روش‌های نهان‌نگاری را می‌توان با توجه به نحوه استخراج نهان‌نگاره، به سه دسته کور، نیمه‌کور و غیرکور تقسیم‌بندی کرد. در روش کور برای استخراج نهان‌نگاره به تصویر اصلی و تصویر نهان‌نگاره نیازی نیست، در حالی که در دسته نیمه‌کور به اطلاعات نهان‌نگاره و اطلاعات مکمل برای استخراج نیاز است. در روش غیرکور نیز به تصویر میزبان و گاه اطلاعات نهان‌نگاره نیاز است [۶]. طبقه‌بندی دیگر روش‌های نهان‌نگاری بر اساس حوزه درج نهان‌نگاره است که آن‌ها را به دو حوزه تصویر و فرکانس تقسیم می‌کنند. در روش‌های حوزه تصویر که طرح‌های اولیه نشانه‌گذاری در این حوزه معرفی شدند، نهان‌نگاره با تغییر مقادیر پیکسل‌های تصویر میزبان به طور مستقیم جاسازی می‌شود. روش‌های حوزه تصویر از نظر محاسباتی هزینه کمتر و پیاده‌سازی ساده‌ای دارند اما ظرفیت کم و شفافیت پایینی داشته و در مقابل حمله‌ها شکننده‌اند. الگوریتم‌های حوزه فرکانس، نهان‌نگاره را به وسیله تغییر اندازه ضرایب تصویر در حوزه فرکانسی جاسازی می‌کنند. این‌گونه روش‌ها قابلیت جای دادن اطلاعات بیشتری داشته و مهم‌تر از آن اینکه در برابر حمله‌های پردازش تصویر و دستکاری‌های بدخواهانه مقاومت بیشتری دارند. تبدیل فوریه گسسته<sup>۲</sup> (DFT)، تبدیل کسینوسی گسسته<sup>۳</sup> (DCT)، تبدیل موجک گسسته<sup>۴</sup> (DWT) و تجزیه مقدار تکین<sup>۵</sup> (SVD) از تبدیل‌های پرکاربرد در حوزه فرکانس هستند [۳، ۴]. داشتن ویژگی‌های منحصر به فرد DWT مانند نمایش چندریزگی<sup>۶</sup> نسبت به سایر تبدیل‌های فرکانسی سبب شده است که از آن در اغلب تحقیقات نشانه‌گذاری و پردازش تصویر استفاده شود. نمایش چندریزگی به توانایی تجزیه یک سیگنال به جزئیات کوچک و کوچک‌تر است. ویژگی مهم دیگر DWT شباهت آن به سیستم بینایی انسان و در نتیجه مدل‌سازی بهتر آن می‌باشد [۱].

سال‌های پس از معرفی موجک، تبدیل‌های مختلفی مبتنی بر آن ایجاد شد که در واقع توسعه‌ای بر موجک کلاسیک هستند و هر یک به منظور رفع محدودیت و بهبود تبدیل موجک طراحی شده‌اند.

---

<sup>1</sup> Scaling factor

<sup>2</sup> Discrete fourier transform

<sup>3</sup> Discrete cosine transform

<sup>4</sup> Discrete wavelet transform

<sup>5</sup> Singular value decomposition

<sup>6</sup> Multi-resolution

تجزیه بسته موجک<sup>۱</sup>، تبدیل چندموجکه<sup>۲</sup> و تبدیل موجک گسسته افزونه<sup>۳</sup> نمونه‌ای از توسعه‌های موجک می‌باشند. برای آشنایی با این تبدیل‌ها می‌توان به پژوهش [۱] رجوع کرد.

تبدیل موجک چارچوب مناسبی برای تحلیل چندریزگی می‌باشد که در ارتباط با تکین‌های نقطه‌ای کارایی بالایی دارند. اما به علت داشتن محدودیت جهت در ساختار فیلترینگ آن و اینکه در ابعاد بالاتر معمولا انواع دیگر تکین‌ها ارائه می‌شوند، برای نمایش دقیق این‌گونه داده‌ها به عبارات‌های زیادی توسط آن نیاز است. از این رو در سالهای اخیر توسعه جدیدی از موجک‌ها به نام موجک‌های چندجهته برای غلبه بر این محدودیت موجک ارائه شده‌اند که از تبدیل‌های آن می‌توان به موجک‌های پیچیده<sup>۴</sup>، مرکز<sup>۵</sup>ها، تیغک<sup>۶</sup>ها، پیچک<sup>۷</sup>ها، قیچک<sup>۸</sup>ها، براشلت<sup>۹</sup>ها و بندلت<sup>۱۰</sup>ها اشاره کرد. این تبدیل‌ها در کاربردهای مختلف مانند رفع نویز، فشرده‌سازی، قطعه‌بندی، بازیابی تصویر و استخراج ویژگی مورد استفاده قرار می‌گیرند. تبدیل قیچک گسسته<sup>۱۱</sup> (DST) جهت بهبود روش‌های موجود ارائه شده است و روش جدیدی از نمایش چندمقیاسه جهتی را در فضای گسسته فراهم می‌کند. توضیحات بیشتری در رابطه با موجک‌های چندجهته در [۱] بیان شده است که می‌توان به آن رجوع کرد [۱]. در جبر خطی فاکتورگیری یک ماتریس، به تجزیه یک ماتریس به حاصل ضرب چند ماتریس گفته می‌شود. روش‌های فاکتورگیری شُر، LU، QR، جردن و تجزیه مقدار تکین (SVD) نمونه‌هایی از این روش‌ها هستند. SVD یکی از روش‌های تجزیه ماتریس مثبتی بر مقادیر تکین است که در فشرده‌سازی تصویر، کاهش نویز و نشانه‌گذاری تصویر بسیار مورد استفاده قرار گرفته است. SVD دید کلی روی تغییرات تصویر و اطلاعات ساختاری آن فراهم می‌کند که برای پیش‌بینی کیفیت تصویر بسیار مهم می‌باشد [۱]. در پژوهش قبلی مولفان [۱]، ترکیب‌های مختلف موجک سنتی و توسعه‌های آن و همچنین موجک‌های چندجهته در نهان‌نگاری مورد بررسی قرار گرفتند و

<sup>1</sup> Wavelet packet transform

<sup>2</sup> Multiwavelet transform

<sup>3</sup> Discrete redundant wavelet

<sup>4</sup> Complex wavelet

<sup>5</sup> Contourlet

<sup>6</sup> Ridgelet

<sup>7</sup> Curvelet

<sup>8</sup> Shearlet

<sup>9</sup> Brushlet

<sup>10</sup> Bandelet

<sup>11</sup> Discrete shearlet transform

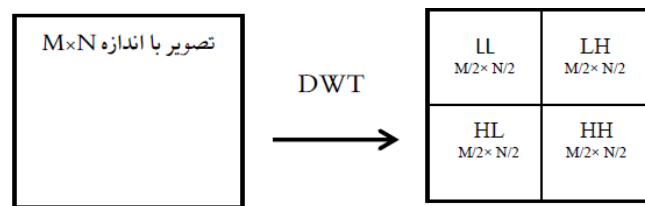
طبق نتایج بدست‌آمده، دو تبدیل موجک گسسته و قیچک گسسته بهترین عملکرد را داشتند. از این رو، در این مقاله یک روش ترکیبی با مقاومت بالا براساس تبدیل‌های موجک گسسته، قیچک و تجزیه SVD ارائه کرده‌ایم. به‌منظور تامین امنیت بیشتر، روش پیشنهادی در مرحله پیش‌پردازش از نگاشت آرنولد برای نهان‌نگاره استفاده شده است. همچنین برای انتخاب بهترین زیرباند جهت درج نهان‌نگاره از روش آنتروپی استفاده شده است. نحوه جاسازی در این طرح بدین صورت است که تصاویر میزبان و نهان‌نگاره توسط DWT و DST تجزیه شده و سپس SVD روی آن‌ها اعمال می‌شود. پس از آن، مقادیر تکین بدست‌آمده تصویر میزبان از مرحله قبل در مقادیر تکین تصویر نهان‌نگاره جاسازی می‌شود. این طرح پیشنهادی روی تصاویر متعدد با خصوصیات بافتی متفاوت مورد آزمایش قرار گرفته و برای آزمودن مقاومت آن، طیف وسیعی از حمله‌ها به‌کار گرفته شده است. ادامه مقاله در قالب بخش‌های زیر توضیح داده خواهند شد. در بخش ۲ مفاهیم پایه‌ای تبدیل‌های موجک گسسته، قیچک گسسته، آرنولد و SVD به تفصیل بیان می‌شوند. الگوریتم‌های جاسازی و استخراج روش پیشنهادی در بخش ۳ معرفی می‌شوند. در بخش ۴ نتایج تجربی آزمایش‌ها و مقایسه آن با سایر روش‌ها نشان داده شده است و در بخش پایانی نتیجه‌گیری و ایده‌هایی برای ادامه این پژوهش توضیح داده شده است.

## ۲. مفاهیم بنیادی

در این بخش ابتدا DWT توضیح داده می‌شود، سپس مفهوم DST به‌همراه روابط آن تشریح می‌شود. در ادامه تعاریف SVD و نگاشت آرنولد که در روش پیشنهادی از آن‌ها استفاده شده است، بیان می‌شوند.

### ۱.۲. تبدیل موجک گسسته

موجک یکی از تبدیل‌های حوزه فرکانسی است که یک نمایش فرکانسی-زمان از تصویر فراهم کرده و یک طرح چندریزیگی برای نمایش تصویر به‌ازای رزولوشن‌های مختلف با استفاده از فرکانس‌های مختلف ارائه می‌دهد. شکل ۱ مثالی از اعمال DWT یک سطحی برای تصویری با اندازه  $N \times M$  را نشان می‌دهد که تصویر را به چهار زیرباند LL، LH، HL، HH تجزیه کرده است. زیرباند LL، زیرباند فرکانس پایین، زیرباندهای HL و LH زیرباندهای میان‌فرکانسی، HH زیرباند فرکانس بالا می‌باشد [۱۰]. برای داشتن سطوح بیش‌تر تجزیه، تبدیل موجک روی زیرباندهای فرکانس پایین مانند LL و LL2 اعمال می‌شود.



شکل ۱: تجزیه تصویر با اندازه  $M \times N$  توسط DWT یک‌سطحی

## ۲.۲. تبدیل قیچک گسسته

بسیاری از کاربردهای پردازش تصویر از نمایش‌های تصویر بهره می‌برند. رایج‌ترین تبدیل‌های مورد استفاده در کاربردهای پردازش تصویر که از نمایش‌های تنک بهره می‌گیرند، تبدیل‌های موجک و کسینوسی گسسته هستند. تبدیل موجک علی‌رغم ویژگی‌های بهینه تخمین سیگنال‌های یک‌بعدی، برای داده‌های دوبعدی و چندبعدی چندان کارا عمل نمی‌کند. در تصاویر که سیگنال‌های صاف تکه‌ای دوبعدی هستند، نواحی صاف، توسط لبه‌ها از یکدیگر جدا شده‌اند. لبه‌ها در طول منحنی‌های صاف یعنی مرزها قرار گرفته‌اند، از این رو تصاویر به صورت ذاتی شامل ساختارهای هندسی هستند. موجک‌های دوبعدی در جداسازی ناپیوستگی‌های نقاط لبه‌ها خوب عمل می‌کنند اما همواری در طول منحنی‌های صاف را در نظر نمی‌گیرند. از آنجا که موجک‌های دوبعدی توسط حاصل ضرب تانسوری موجک‌های یک‌بعدی بدست می‌آیند، برای بازنمایی منحنی توسط آن باید از عبارات‌های زیادی استفاده کنیم و هرچقدر این مقیاس ریزتر می‌شود، تعداد این عبارات بیشتر شده و ضعف موجک واضح‌تر می‌شود. اما نمایش این مرز و منحنی توسط موجک‌های چندجهته به صورت بهینه و تنک صورت می‌گیرد. از تبدیل‌های موجک چندجهته می‌توان به پیچک، مرزک، بندلت، براشلت و قیچک اشاره کرد [۱].

تبدیل پیچک به دلیل این‌که به طور مستقیم در فضای گسسته ساخته نشده است، قابلیت ارائه نمایش چندوضوحی از هندسه را ندارد و از این رو در پیاده سازی و تحلیل ریاضی کارایی کمی دارد. مرزک‌ها پایه‌هایی هستند که از امتداد توابع پایه با استفاده از ترکیب فیلتربانک چندمقیاسه و فیلتربانک جهتی ساخته شده‌اند. هم‌چنین ویژگی‌های جهتی در آن، نسبت به تبدیل پیچک وضوح کمتری داشته که سبب شده به ابزاری جهت به‌کارگیری در رفع نویز و فشرده سازی تبدیل گردد. DST یک نمایش چندمقیاسه چندجهته است که مدل ریاضیاتی ساده‌ای دارد و دو ویژگی مهم آن توانایی استفاده از قدرت روش‌های چندمقیاسه و ضبط هندسه داده چندبعدی می‌باشد. این تبدیل یک سیستم افاین شامل یک تابع قیچک

مادر است که سه پارامتر مهم مقیاس، قیچی و انتقال دارد [۴].  
تبدیل قیچک روی تابع  $f \in L^2(\mathbb{R}^2)$  به شکل زیر تعریف می‌شود [۲].

$$SH_\psi(f)(a, s, t) = \langle f, \psi_{a,s,t} \rangle \quad (1.2)$$

هرگاه  $f$  یک تصویر دوبعدی باشد، عناصر تحلیلی  $\psi_{a,s,t}$  قیچک نامیده شده و یک سیستم افاین با توابع خوش موضع<sup>۱</sup> را در مقیاس پیوسته  $a > 0$ ، مکان  $t \in \mathbb{R}^2$  در راستای جهت با شیب  $s \in \mathbb{R}$  در حوزه فرکانس تشکیل می‌دهند. قیچک‌ها به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$$\psi_{a,s,t}(x) = a^{-\frac{3}{4}} \psi(A_a^{-1} S_s^{-1}(x-t)) \quad (2.2)$$

در رابطه (۲.۲)،  $A_a$  ماتریس مقیاس سهمی‌وار و  $S_s$  ماتریس قیچی است که به صورت زیر تعریف می‌شوند.

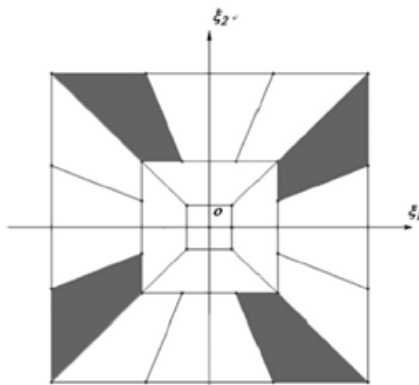
$$A_a = \begin{pmatrix} a & 0 \\ 0 & \sqrt{a} \end{pmatrix}, \quad S_s = \begin{pmatrix} 1 & s \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (3.2)$$

ماتریس  $A_a$ ، یک تاخیر ناهمسانگرد<sup>۲</sup> و ماتریس قیچی  $S_s$ ، جهت‌ها را به واسطه متغیر  $s$  مرتبط با شیب‌ها پارامتر بندی می‌کند. قیچک‌ها علاوه بر داشتن مزایای پیچک و مرزک، در فضای فرکانسی مرحله به مرحله تقسیم می‌شود که سبب بهبود کارایی آن می‌شود. همچنین تبدیل قیچک می‌تواند یک مجموعه توابع پایه‌ای را به وسیله ارسال یک تابع برای مقیاس، انتقال و چرخش تولید کند. این مورد مزیت قیچک بر تبدیل‌های موجک، پیچک و مرزک است که فاقد آن می‌باشند. هر عنصر  $\psi_{a,s,t}$  روی

<sup>1</sup>Well localized

<sup>2</sup>Anisotropic

یک جفت دوزنقه‌وار ساپورت فرکانسی دارد که این دوزنقه‌ها صفحه فرکانسی را طبق شکل ۲ تقسیم می‌کنند



شکل ۲: تقسیم‌بندی ناحیه فرکانسی توسط تبدیل قیچک [۶].

### ۳.۲. SVD

SVD یک روش تجزیه ماتریسی مبتنی بر مقدار تکین می‌باشد که در گونه وسیعی از کاربردهای پردازش تصویر هم‌چون پنهان‌کردن تصویر، فشرده‌سازی تصویر، کاهش نویز و نهان‌نگاری مورد استفاده قرار می‌گیرد. در نهان‌نگاری تصویر برای داشتن کارایی بهتر، از آن در ترکیب با تبدیل‌های دیگر استفاده می‌شود. تصویر  $A$  با اندازه  $M$  توسط SVD به شکل رابطه (۴.۲)، به دو ماتریس متعامد  $U$  و  $V$  و یک ماتریس قطری از مقادیر تکین  $S = \text{diag}(\lambda_i)$  تجزیه می‌شود که در آن برای  $i = 1, \dots, m$  مقادیر تکین به صورت نزولی مرتب شده‌اند [۴].

$$A = USV^T \quad (4.2)$$

دو خصوصیت مطلوب SVD که سبب می‌شود در نهان‌نگاری مورد استفاده قرار گیرد عبارتند از:

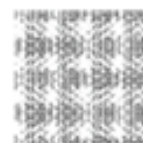
(۱) زمانی که یک اختلال کوچک به یک تصویر افزوده می‌شود، مقدار زیادی از مقادیر تکین آن تغییر نمی‌کند.

(۲) مقادیر تکین ویژگی‌های جبری اصلی تصویر را نمایش می‌دهند [۱].





(آ) تصویر اصلی

(ه) تصویر اصلی  
پس از ۴۸ تکرار(د) تصویر اصلی  
پس از ۳۶ تکرار(ج) تصویر اصلی  
پس از ۲۴ تکرار(ب) تصویر اصلی  
پس از ۱۲ تکرار

شکل ۳: آشفته‌سازی تصویر توسط نگاشت آرنولد. (آ) تصویر اصلی، (ب) ۱۲ تکرار، (ج) ۲۴ تکرار، (د) ۳۶ تکرار، (ه) ۴۸ تکرار و بازیابی تصویر اصلی [۵]

#### ۴.۲. تبدیل آرنولد

این تبدیل یک روش نگاشت متناوب است که برای آشفته‌سازی<sup>۱</sup> تصویر استفاده می‌شود. استفاده از این تبدیل امنیت را در نهان‌نگاری تصویر افزایش می‌دهد. از آنجایی که تبدیل آرنولد از نگاشت متناوب پشتیبانی می‌کند، تصویر اصلی پس از یک مقدار ثابت تکرار به نام  $P$  بازیابی می‌شود [۸]. چگونگی این امر در شکل ۲ نشان داده شده است که در این شکل مقدار  $P$ ، ۴۸ است. پارامتر  $P$ ، تناوب تبدیل آرنولد گفته می‌شود. برای یک ماتریس مربعی اندازه  $M$  تابع نگاشت آرنولد به شکل زیر تعریف می‌گردد:

$$\begin{bmatrix} p' \\ q' \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} p \\ q \end{bmatrix} \pmod{M} \quad (۵.۲)$$

دو متغیر  $p$  و  $q$  موقعیت عناصر ماتریس قبل از تبدیل آرنولد و  $p'$  و  $q'$  موقعیت آن‌ها پس از تبدیل آرنولد می‌باشد که مقادیر آن‌ها متعلق به بازه  $\{0, 1, 2, 3, \dots, M-1\}$  بوده و  $M$  مرتبه و اندازه ماتریس تصویر دیجیتالی است [۸].

<sup>1</sup>Scrambling

## ۳. روش پیشنهادی

روش پیشنهادی یک روش ترکیبی بر اساس طرح ارائه‌شده توسط سینگ [۸] می‌باشد که در آن از دو تبدیل DWT و DST استفاده می‌کنیم. لازم به ذکر است که روش سینگ [۸] از دو تبدیل موجک افزونه به دلیل ثبات مکان و از مرکز استفاده می‌کند و در کنار آن‌ها از SVD بهره می‌گیرد. نتایج گزارش شده در پژوهش اخیر مولفان [۱] نشان می‌دهد که از میان موجک‌های سنتی و چندجهتی که اخیراً معرفی شده‌اند، دو تبدیل DWT و DST بهترین نتایج و عملکرد را از نظر شفافیت و مقاومت در برابر انواع حمله‌ها داشته‌اند. در آن گزارش مشاهده کردیم که DWT مقاومت بیشتری مقابل حمله‌های نویز و فشرده‌سازی دارد و DST در برابر حمله‌های هندسی مقاوم‌تر است. با علم به این موضوع، در این مقاله دو تبدیل موجک و قیچک گسسته را در یک طرح ترکیبی به‌کار گرفته‌ایم با این هدف که از مزیت‌های هر یک بهره برده و در واقع هر یک از تبدیل‌ها ضعف دیگری را پوشش دهد. ارزیابی و سنجش معیارهای مربوطه در بخش‌های بعدی، کارایی این ایده را نشان می‌دهند. در این روش، انتخاب زیرباندهای بدست‌آمده از اعمال تبدیل‌ها بر اساس محاسبه آنتروپی آن‌ها می‌باشد و امنیت نهان‌نگاری با استفاده از نگاشت آرنولد ارتقا داده شده است. الگوریتم‌های جاسازی و استخراج روش پیشنهادی (DST-DWT-SVD) در ادامه تشریح می‌شود.

## ۱.۳. الگوریتم جاسازی نهان‌نگاره

نحوه جاسازی نهان‌نگاره به‌صورت مرحله به مرحله به شکل زیر می‌باشد:

(۱) DST را روی تصویر میزبان ( $I'$ ) اعمال کرده که برحسب پارامترهای DST، تعدادی زیرباند بدست می‌آید. پارامترهای پیاده‌سازی در بخش ۲.۴ بیان شده است. با محاسبه آنتروپی زیرباندهای بدست‌آمده، زیرباند با بیشترین مقدار آنتروپی را به‌عنوان بهترین زیرباند ( $A$ ) جهت درج نهان‌نگاره انتخاب می‌کنیم. سپس با اعمال DWT روی آن، چهار زیرباند  $LL$ ،  $LH$ ،  $HL$  و  $HH$  بدست می‌آیند.

$$\{\text{set of subbands}\} = DST(I) \quad (1.3)$$

$$[LL, LH, HL, HH] = DWT(A) \quad (2.3)$$

(۲) از میان چهار زیرباند مرحله قبل، زیرباند فرکانس پایین (LL) را انتخاب کرده و مقادیر تکین آن را توسط SVD به صورت زیر محاسبه می‌کنیم.

$$[U_a, S_a, V_a] = SVD(LL) \quad (۳.۳)$$

(۳) برای افزایش امنیت طرح، نهان‌نگاره (W) را توسط تبدیل آرنولد رمزگذاری می‌کنیم.

(۴) مراحل ۱ و ۲ را برای نهان‌نگاره نگاشت‌یافته مرحله ۳، تکرار کرده و در نهایت مقادیر تکین آن به صورت زیر خواهد بود.

$$[U_w, S_w, V_w] = SVD(W) \quad (۴.۳)$$

(۵) عمل جاسازی را با اصلاح مقادیر تکین تصویر میزبان به وسیله مقادیر تکین نهان‌نگاره‌ها انجام می‌دهیم.

$$S_1 = S_a + \alpha \times S_w \quad (۵.۳)$$

در روابط بالا، آلفا ضریب مقیاس است که توازن میان شفافیت و مقاومت طرح را برعهده دارد.

(۶) جهت بدست آوردن ضرایب تغییر یافته موجک گسسته، معکوس SVD را روی  $S_1$  اعمال می‌کنیم.

(۷) تصویر نهان‌نگاری شده با اعمال معکوس DWT و DST به ترتیب روی ضرایب بدست آمده حاصل می‌شود.

### ۲.۳. الگوریتم استخراج نهان‌نگاره

برای برگرداندن و بازیابی نهان‌نگاره‌ها از رویه استخراج زیر که تقریباً معکوس مراحل طی شده در فرآیند جاسازی است، استفاده می‌شود:

(۱) DST را با پارامترهای مشابه فرآیند جاسازی، روی تصویر نهان‌نگاری شده ( $I'$ ) اعمال کرده و بهترین زیرباند را براساس ماکزیمم آنتروپی زیرباندها انتخاب می‌کنیم. سپس آن را توسط DWT به شکل زیر تجزیه می‌کنیم.

$$\{set\ of\ subbands\} = DST(I') \quad (۶.۳)$$

$$[LL', LH', HL', HH'] = DWT(A') \quad (۷.۳)$$

(۲) مقادیر تکین زیرباند فرکانس پایین حاصل از مرحله قبل را توسط SVD محاسبه می‌کنیم.

$$[U_{IA}, S_{IA}, V_{IA}] = SVD(LL') \quad (۸.۳)$$

(۳) برای بازیابی نهان‌نگاره، مقادیر تکین را توسط رابطه زیر که معکوس فرمول جاسازی (۵.۳) است، بدست می‌آوریم.

$$S_R = (S_{IA} - S_w)/\alpha \quad (۹.۳)$$

در روابط بالا، آلفا ضریب مقیاس است که در جاسازی نهان‌نگاره استفاده شد.

(۴) معکوس SVD را به‌طور جداگانه روی  $S_R$  اعمال کرده و معکوس آرنولد جهت رمزگشایی آن‌ها اعمال می‌کنیم. در پایان معکوس موجک و قیچک را به‌ترتیب روی ضرایب حاصل اعمال کرده و نهان‌نگاره را بازیابی می‌کنیم.

#### ۴. پیاده‌سازی و ارزیابی نتایج تجربی

به‌منظور ارزیابی روش DST-DWT-SVD، آزمایش‌هایی با استفاده از پلتفرم  $Matlab\ 2010a$  روی ۱۱ تصویر سطح خاکستری به‌عنوان تصاویر میزبان انجام شده است. این تصاویر که در اندازه‌های  $256 \times 256$  پیکسل بوده، ویژگی‌های بافتی متفاوتی دارند و از پایگاه داده تصویری USC-SIPI انتخاب شده‌اند. نهان‌نگاره مورد استفاده در آزمایش‌ها تصویری با اندازه  $256 \times 256$  بوده که به‌همراه تصاویر



F-۱۶ (آ)



Elaine (و)



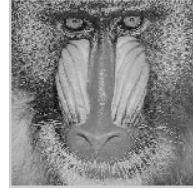
Couple (د)



Fishing (د)  
Boat



Barbara (ج)



Baboon (ب)



Sailboat (ک)  
on lack



Stream (ی)  
and Bridge



Pepper (ط)



Man (ح)



Lenna (ز)



logo (ل)

شکل ۴: تصاویر سطوح خاکستری میزبان و نهان‌نگاره

میزبان در شکل ۴ نشان داده شده‌اند.

به‌منظور ارزیابی مقاومت روش پیشنهادی DST-DWT-SVD، به‌ازای همه تصاویر میزبان در معرض طیف وسیعی از حمله‌ها با پارامترهای مختلف قرار داده شد و میزان مقاومت آن اندازه‌گیری

شده است. حمله‌های انجام‌گرفته در این مقاله را به چهار دسته فیلتری، هندسی، پردازش تصویری و نویزی تقسیم‌بندی کرده و نتایج مقاومت هریک از این دسته حمله‌ها جداگانه گزارش و بررسی می‌گردند. حمله‌های فیلتری شامل فیلترهای میانگین (AF) با اندازه پنجره‌های  $3 \times 3$ ،  $5 \times 5$  و  $10 \times 10$ ، پایین‌گذر گاوسی (GP) با اندازه پنجره‌های  $3 \times 3$ ،  $5 \times 5$  و میانه (MF) با اندازه پنجره‌های  $2 \times 2$ ،  $3 \times 3$ ،  $4 \times 4$ ،  $5 \times 5$  و  $10 \times 10$  می‌باشد. دسته دوم حمله‌های هندسی برش‌دادن (CR) با درصدهای  $3^\circ$ ،  $5^\circ$  و  $7^\circ$  و  $9^\circ$  دوران (RO) با زوایای متفاوت  $5^\circ$ ،  $3^\circ$ ،  $45^\circ$ ،  $7^\circ$ ،  $11^\circ$ ،  $-1^\circ$ ،  $-5^\circ$  و  $-8^\circ$  درجه، تغییر مقیاس (SC) با مقیاس‌های متفاوت  $1/25$ ،  $1/5$ ،  $1/3$ ،  $1/2$  و  $1/5$ ، انتقال (TR) در راستای محورهای  $x$  و  $y$  با زوج مختصات  $(10, 10)$ ،  $(20, 10)$ ،  $(35, 20)$ ،  $(45, 35)$  و  $(50, 50)$ ، قیچی‌کردن (SE) در راستای محورهای  $x$  و  $y$  با مختصات‌های  $(1, 1)$ ،  $(1, 2)$ ،  $(1, 3)$  و  $(1, 4)$  و  $(2, 1)$ ،  $(2, 2)$  و  $(2, 3)$  و عمل برگرداندن (FL) افقی و عمودی هستند.

حمله‌های پردازش تصویری شامل محوکردن (BL) با پارامترهای  $0/8$ ،  $0/5$ ،  $1$ ،  $0/2$  و  $1/1$ ، اصلاح گاما (GC) با پارامترهای  $0/8$ ،  $0/6$ ،  $0/3$ ،  $0/1$  و  $0/9$ ، متعادل‌سازی هیستوگرام (HE)، بلور حرکتی (MB) با پارامترهای طول و زاویه به‌صورت جفت‌های  $(20, 15)$  و  $(45, 15)$ ، تیزکردن (SH) با پارامتر آلفای  $0/8$ ،  $0/5$ ،  $0/2$  و  $0/1$  و فشرده‌سازی JPEG با فاکتورهای  $80$ ،  $30$ ،  $20$ ،  $10$  و  $5$  و  $90$  می‌باشند. دسته آخر از حمله‌های اعمال‌شده در این مقاله نویزهای گاوسی (GN) با مقدار واریانس‌های  $0/1$ ،  $0/6$ ،  $0/1$ ،  $0/01$  و  $0/001$  و نقطه‌ای (SN) با واریانس‌های  $0/4$ ،  $0/1$ ،  $0/01$ ،  $0/001$  و  $0/0005$  و  $0/1$  و  $0/5$  و نمک‌وفلفل (SP) با چگالی‌های  $0/1$ ،  $0/4$ ،  $0/1$ ،  $0/01$ ،  $0/001$  و  $0/0005$  هستند. از آنجا که در گزارش نتایج مقاومت مرتبط با هریک از حمله‌ها نام اختصاری آن‌ها نوشته شده است، در جدول ۱ نام کامل هریک از حمله‌ها را آورده شده است.

#### ۱.۴. معیارهای ارزیابی

کارایی طرح‌های نهان‌نگاری براساس دو ویژگی نامرئی‌بودن و مقاومت صورت می‌گیرد. در این رابطه در [۱] به تفصیل بحث شده است. در ادامه فرمول‌های اندازه‌گیری این ویژگی‌ها بیان می‌شود. اندازه‌گیری شفافیت: دو معیار PSNR و SSIM برای شفافیت استفاده می‌شوند. PSNR رایج‌ترین

نام اختصاری	حمله نام	اختصاری نام	نام
BI	Blurring	AF	Average Filtering
GC	Gamma Correction	GP	Gaussian Lowpass Filter
HE	Histogram Equalization	MF	Median Filtering
MB	Motion Blur	CR	Crop
SH	Sharpening	RO	Rotaion
JPEG	JPEG Compression	SC	Scaling
GN	Gaussian Noise	TR	Translation
SN	Speckle Noise	SE	Shering
SP	Salt & pepper Noise	FI	Flip

جدول ۱: نام حمله‌های استفاده شده و نام اختصاری متناظرشان

معیار محاسبه شفافیت است که واحد آن دسی‌بل می‌باشد و از رابطه زیر محاسبه می‌گردد:

$$PSNR = 10 \log_{10} \left[ \frac{\max(x(i, j))^2}{MSE} \right] \quad (1.4)$$

در رابطه بالا، مقدار پیکسل تصویر و MSE میانگین مربعات خطا می‌باشد که از معادله (۲.۴) بدست می‌آید:

$$MSE = \frac{1}{m * n} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n [x(i, j) - y(i, j)]^2 \quad (2.4)$$

در رابطه بالا  $x(i, j)$  و  $y(i, j)$  مقدار پیکسل‌های تصویر می‌باشند. PSNR محاسبات ساده‌ای دارد اما با سیستم بینایی انسان به خوبی مطابقت ندارد. اخیراً معیاری براساس شباهت ساختاری تصاویر به نام شاخص شباهت ساختاری SSIM معرفی شده است که براساس مقایسه روشنایی و کنتراست دو تصویر در بلوک‌های متناظر است. رابطه زیر چگونگی محاسبه آن را نشان می‌دهد:

$$SSIM(x, y) = \frac{(2\mu_x\mu_y + C_1)(2\sigma_{xy} + C_2)}{(\mu_x^2 + \mu_y^2 + C_1)(\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + C_2)} \quad (3.4)$$

در روابط بالا،  $X$  و  $Y$  بلوک‌های محلی متناظر در دو تصویر  $x$  و  $y$ ،  $\mu_x$  و  $\mu_y$  مقادیر میانگین بلوک‌های  $x$  و  $y$  هستند،  $\sigma_x^2$  و  $\sigma_y^2$  واریانس و  $\sigma_{xy}$  کوواریانس میان  $x$  و  $y$  و  $C_1$ ،  $C_2$  و ثوابتی هستند که برای جلوگیری از ناپایداری به‌هنگام کوچک‌بودن مخرج کسر استفاده می‌شوند. بیش‌ترین مقدار این معیار یک است، که در صورت یکسان بودن دو تصویر بدست می‌آید. هرچه شفافیت یک طرح نهان‌نگاری بیشتر باشد مقدار این معیار برای آن به یک نزدیک‌تر می‌شود [۱].

اندازه‌گیری مقاومت: روش‌های نهان‌نگاری باید در برابر انواع حمله‌ها مقاوم باشند. معیار همبستگی متقاطع نرمال‌شده (NC) که از رابطه زیر محاسبه می‌شود، یک معیار اندازه‌گیری مقاومت است که نشانگر مقدار شباهت تصاویر نهان‌نگاره اصلی و استخراج شده از تصویر نهان‌نگاری شده است [۱]:

$$NC(w, w') = \frac{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^M [w(i, j) - \mu_w][w'(i, j) - \mu_{w'}]}{\sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [w(i, j) - \mu_w]^2} \sqrt{\sum_{i=1}^M \sum_{j=1}^N [w'(i, j) - \mu_{w'}]^2}} \quad (۴.۴)$$

در رابطه بالا،  $w$  و  $w'$  به‌ترتیب نشانه اصلی و نشانه استخراج شده می‌باشند و  $\mu_w$  و  $\mu_{w'}$  به‌ترتیب میانگین نشانه‌های اصلی و استخراج شده هستند.

## ۲.۴. پارامترهای پیاده‌سازی

در این مقاله جهت اعمال DST روی تصاویر از توابع پیاده‌سازی شده در [۷] استفاده شده است. در [۱] توضیحات بیشتری ارائه شده است. به‌منظور استفاده از این تابع دو پارامتر تعداد مقیاس و سطوح قیچک باید تعیین گردد که بر اساس آزمایشات، در این مقاله مقیاس سه و سطوح قیچک بردار [۱، ۱، ۰] در نظر گرفته شده است. در نتیجه اعمال DST با این مقادیر برای پارامترها روی تصاویر، در مجموع ۲۱ زیرباند را بدست می‌دهد. در بخش ۳، در فرمول‌های جاسازی نهان‌نگاره (۵.۳) و استخراج (۹.۳)، مقدار فاکتور مقیاس  $\alpha$  که جهت ایجاد توازن میان شفافیت و مقاومت استفاده می‌شود، توسط روش سعی و خطا بدست آمده است. بدین صورت که مقداردهی اولیه انجام شده و پس از آن فرآیندهای جاسازی و استخراج به‌ازای این مقدار اجرا و میزان مقاومت و شفافیت آن اندازه‌گیری می‌شود. با توجه به مقادیر حاصل، مقدار  $\alpha$  تا رسیدن به نتیجه موردنظر تغییر داده می‌شود. مقدار ضریب مقیاس در این مقاله با استفاده از این روش ۰/۱۵ تعیین شده است.



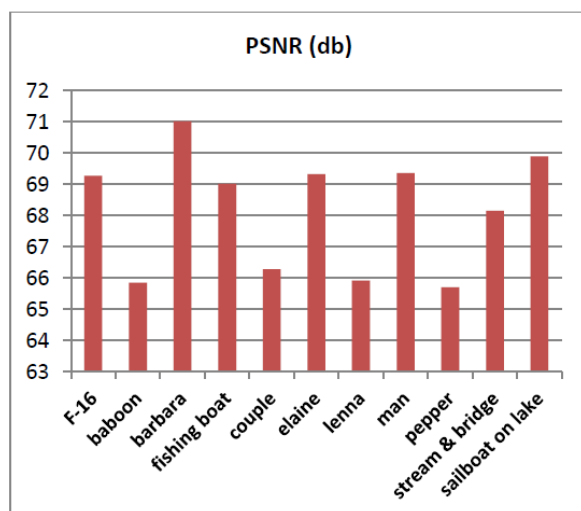
تصویر	SSIM	تصویر	SSIM
$F - ۱۶$	۱	Elaine	۱
Baboon	۱	Man	۱
Barbara	۱	Pepper	۱
Fishing boat	۱	Stream & bridge	۱
Couple	۱	Sailboat on lake	۱

جدول ۲: مقادیر SSIM

## ۳.۴. نتایج تجربی

نتایج شفافیت و مقاومت روش پیشنهادی و مقایسه آن با دیگر کارهای انجام‌گرفته در این زمینه، در این بخش گزارش شده است. شفافیت روش پیشنهادی براساس PSNR و SSIM در شکل ۵ و جدول ۲ نشان داده شده است. شکل ۵ مقادیر PSNR بدست‌آمده روش DST-DWT-SVD را به‌ازای همه تصاویر میزبان نشان می‌دهد. با توجه به این شکل، مقادیر PSNR در بازه  $[۱/۷۱, ۶۵/۷۱]$  دسی‌بل قرار گرفته است که نشانگر شفافیت بالای این روش برای تصاویر با بافت‌های متفاوت است. با محاسبه میانگین این مقادیر، متوسط مقدار برای روش پیشنهادی مقدار قابل‌توجه  $۶۸/۱۶$  دسی‌بل می‌باشد. شکل ۵ مقادیر PSNR روش پیشنهادی DST-DWT-SVD برای تصاویر میزبان برای اندازه‌گیری نامرئی‌بودن روش، نتایج SSIM نیز در جدول ۲ آورده شده است. همان‌طور که در این جدول قابل‌مشاهده است، مقدار SSIM برای همه تصاویر مقدار ماکزیمم، یعنی مقدار یک به‌دست آمده است. نتایج این شکل و جدول به‌وضوح نشان می‌دهد که روش پیشنهادی DST-DWT-SVD از شفافیت بالایی برخوردار است و جاسازی نهان‌نگاره در آن به‌صورت نامرئی و غیرقابل مشاهده صورت می‌گیرد. حال به بررسی نتایج مقاومت روش DST-DWT-SVD در مقابل چهار دسته از حمله‌های فیلتری، هندسی، پردازش تصویری و نویز می‌پردازیم. قابل ذکر است که در جداول مربوط به مقادیر ۷ جهت خوانایی بیشتر و با حفظ دقت، این مقادیر تا سه رقم اعشار گرد شده‌اند. جدول ۲ میزان مقاومت را در برابر فیلترهای میانگین، گاوسی و میانه به‌ازای همه تصاویر میزبان نشان می‌دهد. همان‌طور که در جدول مشاهده می‌شود مقادیر NC به‌ازای پارامترهای مختلف فیلترها  $۰/۸۹۹$  و نزدیک به ۱ می‌باشد و مقادیر NC در بازه  $[۱, ۰/۸۹۸]$  قرار می‌گیرند. از این رو می‌توان گفت روش ارائه‌شده در مقابل انواع فیلترها بسیار مقاوم است.

میزان مقاومت روش DST-DWT-SVD در برابر حمله‌های هندسی برش، چرخش، تغییر مقیاس،



شکل ۵: مقادیر PSNR روش پیشنهادی DST-DWT-SVD برای تصاویر میزبان

حمله/تصویر	F-۱۶	baboon	barbara	fishing boat	couple	elaine	lenna	man	pepper	stream & bridge	sailboat on lake
AF ۳×۳	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۱	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
AF ۵×۵	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
AF ۱۰×۱۰	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹
GP ۳×۳	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
GP ۵×۵	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
MF ۲×۲	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹
MF ۳×۳	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹
MF ۴×۴	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
MF ۵×۵	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
MF ۱۰×۱۰	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹

جدول ۳: مقادیر NC برای حملات فیلتری

انتقال، قیچی و برگرداندن در جدول ۳ برحسب NC آورده شده است. مقادیر جدول زیر که به‌ازای همه تصاویر میزبان و پارامترهای مختلف حمله‌ها می‌باشد، نزدیک به یک و در گستره [۰.۹۹۸, ۰.۹۹۹] قرار گرفته‌اند. این نتایج نشان می‌دهند روش پیشنهادی به‌علت استفاده از DST که در خود سه پارامتر مقیاس، مکان و جهت را دارد، در مقابل حمله‌های هندسی مقاومت بالایی را از خود نشان می‌دهد و با اعمال انواع حمله‌ها مانند برش، چرخش و انتقال روی تصاویر نهان‌نگاری شده، می‌توان با دقت بسیار زیادی نهان‌نگاره اصلی را استخراج کرد.

در جدول ۴ مقادیر NC به‌ازای همه تصاویر میزبان در مقابل حمله‌های پردازش تصویری همچون بلوری‌کردن، اصلاح گاما، تیزکردن و فشرده‌سازی JPEG نشان داده شده است. طبق این جدول مقادیر NC در بازه [۰.۹۹۳, ۱] قرار دارند و نزدیک به یک هستند، می‌توان نتیجه گرفت که روش پیشنهادی

حمله/تصویر	$F - ۱۶$	baboon	barbara	fishing boat	couple	elaine	lenna	man	pepper	stream & bridge	sailboat on lake
CR ۳۰٪	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
CR ۵۰٪	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
CR ۷۰٪	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
CR ۹۰٪	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
RO ۵°	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
RO ۳۰°	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
RO ۴۵°	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
RO ۷۰°	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
RO ۱۱۰°	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
RO -۱۰°	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
RO -۵۰°	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
RO -۸۰°	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SC ۰.۲۵	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SC ۰.۵	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SC ۰.۷۵	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SC ۱.۲۵	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SC ۱.۵	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
TR (۱۰, ۱۰)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
TR (۱۰, ۲۰)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
TR (۲۰, ۳۵)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
TR (۳۵, ۴۵)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
TR (۵۰, ۵۰)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SE (۲.۲, ۰.۰)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SE (۱, ۰.۲)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SE (۰.۲, ۱)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
SE (۰.۳, ۰.۸)	۰.۹۹۹	۰.۹۹۸	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
Flip H	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹
Flip V	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹	۰.۹۹۹

جدول ۴: مقادیر NC برای حملات هندسی

DST-DWT-SVD به خوبی می‌تواند نهان‌نگاره را حتی پس از در معرض قرار گرفتن انواع دستکاری‌های پردازش تصویری با کیفیت بالا استخراج کند.

جدول ۵ مقدار مقاومت روش DST-DWT-SVD را در برابر آخرین دسته حمله‌ها یعنی نویزها گزارش می‌دهد. در این جدول که سه نوع نویز گاوسی، نقطه‌ای و نمک‌و فلفل با پارامترهای متفاوت مورد آزمایش قرار گرفته‌اند، مقادیر NC مانند سه جدول قبل نزدیک به ماکزیمم مقدار NC است و در گستره [۱, ۰.۹۸۴] قرار گرفته است. در این جدول در سه مورد مقدار یک بدست آمده است که متعلق به پارامترهای با مقادیر کوچک است. در واقع با افزایش واریانس و چگالی نویزها و اثر بیشتر این نویز روی تصاویر نهان‌نگاری شده قدری از مقاومت روش کاسته شده است که بسته به نوع تصویر میزبان این مقدار متفاوت است. در مجموع روش ارائه شده در مقابل انواع نویز مقاومت خوبی دارد. مقاومت بالای DST-DWT-SVD نسبت به حمله‌های پردازش تصویری و نویزها، به دلیل به کارگیری تبدیل موجک در روش پیشنهادی است. چراکه تبدیل موجک در مقابل اعمال پردازش تصویر مخصوصاً فشرده‌سازی

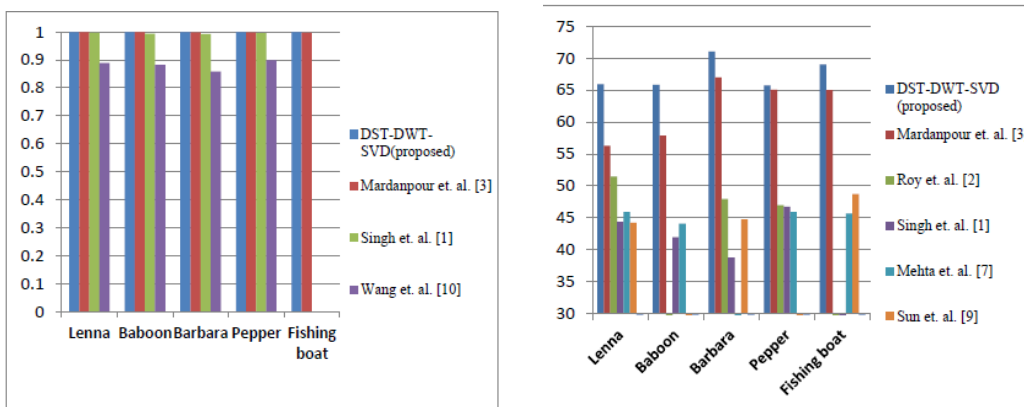
حمله/تصویر	F-۱۶	baboon	barbara	fishing boat	couple	elaine	lenna	man	pepper	stream & bridge	sailboat on lake
GN ۰/۰۰۵	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
GN ۰/۰۰۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
GN ۰/۰۰۱	۰/۹۹۵	۰/۹۹۸	۰/۹۹۸	۰/۹۹۶	۰/۹۹۸	۰/۹۹۸	۰/۹۹۷	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
GN ۰/۰۰۶	۰/۹۹۳	۰/۹۹۶	۰/۹۹۲	۰/۹۹۳	۰/۹۹۶	۰/۹۹۱	۰/۹۹۴	۰/۹۹۰	۰/۹۹۲	۰/۹۹۶	۰/۹۹۱
GN ۰/۱	۰/۹۹۱	۰/۹۹۵	۰/۹۹۷	۰/۹۹۱	۰/۹۹۵	۰/۹۹۱	۰/۹۹۲	۰/۹۹۷	۰/۹۹۲	۰/۹۹۴	۰/۹۹۱
GN ۰/۳	۰/۹۸۷	۰/۹۹۲	۰/۹۸۷	۰/۹۸۷	۰/۹۹۱	۰/۹۸۶	۰/۹۸۹	۰/۹۸۵	۰/۹۸۸	۰/۹۹۲	۰/۹۸۸
SN ۰/۰۰۵	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
SN ۰/۰۰۱	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
SN ۰/۱۰	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۸	۰/۹۹۹	۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
SN ۰/۱	۰/۹۹۴	۰/۹۹۸	۰/۹۹۰	۰/۹۹۴	۰/۹۹۹	۰/۹۹۳	۰/۹۹۶	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷	۰/۹۹۷
SN ۰/۵	۰/۹۸۷	۰/۹۹۴	۰/۹۸۵	۰/۹۸۸	۰/۹۹۹	۰/۹۸۸	۰/۹۹	۰/۹۸۵	۰/۹۹	۰/۹۹۴	۰/۹۸۸
SP ۰/۰۰۵	۰/۹۹۹	۰/۹۹۸	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۱
SP ۰/۰۰۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۸	۰/۹۹۹	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
SP ۰/۰۱	۰/۹۹۹	۰/۹۹۸	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹
SP ۰/۰۴	۰/۹۹۵	۰/۹۹۸	۰/۹۹۷	۰/۹۹۶	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۹	۰/۹۹۸
SP ۰/۱	۰/۹۹۴	۰/۹۹۶	۰/۹۹۱	۰/۹۹۵	۰/۹۹۴	۰/۹۹۶	۰/۹۹۵	۰/۹۹۳	۰/۹۹۷	۰/۹۹	۰/۹۹۲
SP ۰/۵	۰/۹۸۷	۰/۹۹۳	۰/۹۸۴	۰/۹۸۸	۰/۹۸۴	۰/۹۸۷	۰/۹۸۷	۰/۹۸۵	۰/۹۸۹	۰/۹۹۲	۰/۹۸۷

جدول ۵: مقادیر NC برای حمله‌های نویز

JPEG و نویزها نسبت به قیچک مقاوم‌تر است. این خاصیت موجک در نهان‌نگاری، پیش‌تر در [۱] گزارش شده بود.

#### ۴.۴. تحلیل مقایسه‌ای

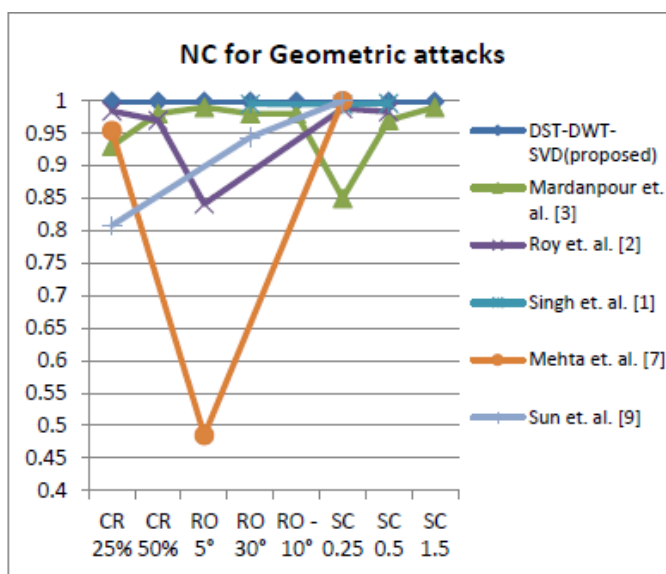
در این بخش به منظور نشان‌دادن کارایی روش پیشنهادی DST-DWT-SVD، نتایج بدست‌آمده با نتایج کارهای مشابه در این زمینه که اخیراً ارائه شده‌اند، مقایسه و تحلیل می‌شوند. ابتدا نامرئی بودن روش پیشنهادی برحسب PSNR با نتایج روش‌های روی [۶]، سینگ [۸]، مهتا [۵]، سان [۹] و مردانپور [۱] در قالب شکل ۶ مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش پیشنهادی به‌ازای تصاویر انتخابی نسبت به سایر روش‌ها مقدار PSNR بیشتری دارد و این اختلاف در برخی تصاویر به ۳۰ دسی‌بل هم می‌رسد. مقایسه شفافیت روش پیشنهادی با برحسب SSIM نیز ابتدا نامرئی بودن روش پیشنهادی برحسب PSNR با نتایج روش‌های مردانپور [۱]، سینگ [۸]، وانگ [۱۱] در قالب شکل ۷ مقایسه شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود روش پیشنهادی به‌ازای پنج تصویر Baboon، Lenna، Barbara، Pepper و Fishing boat نسبت به سایر روش‌ها مقدار SSIM بیشتری دارد. کارهایی که PSNR آن‌ها با روش پیشنهادی در شکل بالا مقایسه شد، این‌بار براساس SSIM در شکل ۷ نیز با یکدیگر مقایسه شده‌اند. با بررسی این شکل درمی‌یابیم از نظر SSIM نیز روش پیشنهادی شفافیت بهتری دارد. با در نظر گرفتن دو شکل ۶ و ۷ می‌توان گفت روش پیشنهادی توانسته است شفافیت خوبی



(ب) مقایسه شفافیت روش پیشنهادی برحسب SSIM با سایر کارها  
 (آ) مقایسه شفافیت روش پیشنهادی برحسب PSNR با سایر کارها

شکل ۶: مقایسه شفافیت روش پیشنهادی برحسب PSNR، SSIM

را فراهم سازد و نسبت به سایر کارها کارایی بهتری دارد. در این قسمت روش DST-DWT-SVD

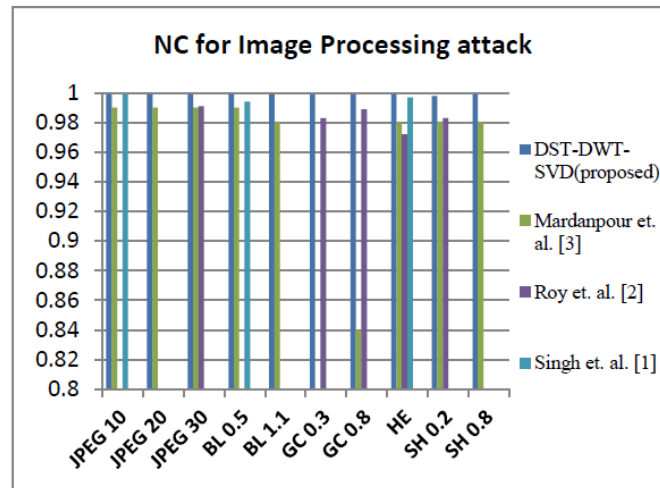


شکل ۷: مقایسه مقاومت روش پیشنهادی برحسب NC برای حمله فیلتر

با کار محققان روی [۶]، سینگ [۸]، مهتا [۵] و مردانیپور [۱] از نظر مقاومت و به‌ازای تصویر Lenna مقایسه می‌شود.

شکل ۸ میزان مقاومت این روش‌ها را در مقابل حمله‌های فیلتری به تصویر می‌کشد. همان‌گونه که در شکل قابل مشاهده است مقاومت روش پیشنهادی نسبت به سایر روش‌ها بالاتر است و برای سه

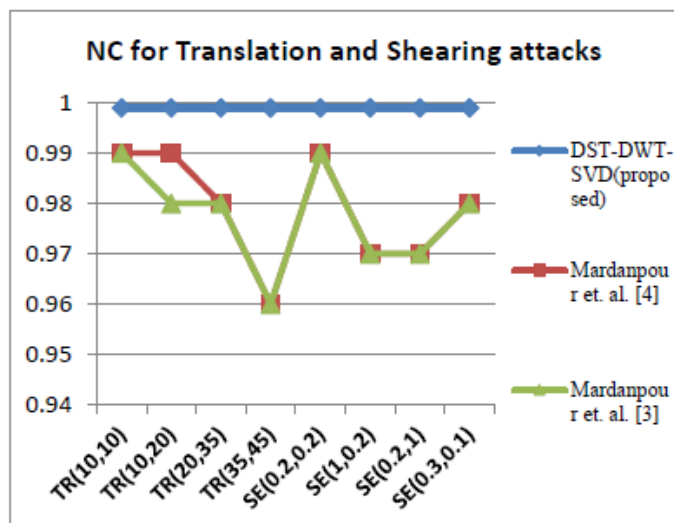
فیلتر گاوسی و میانه نتایج روش سینگ [۸] به روش پیشنهادی نزدیک است. در شکل ۹، مقدار NC



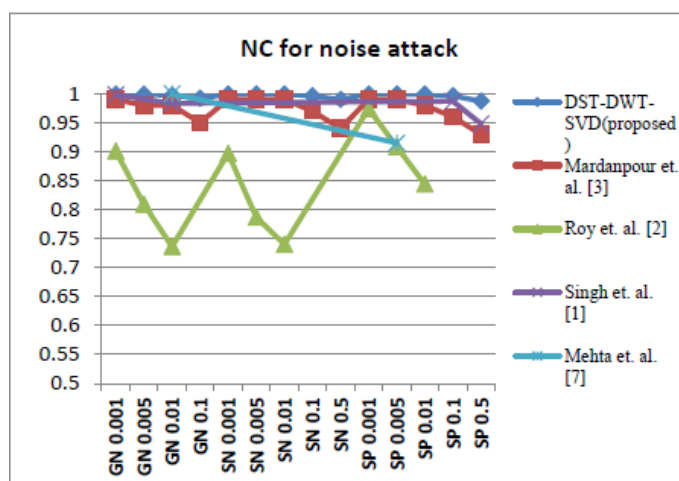
شکل ۸: مقایسه مقاومت روش پیشنهادی برحسب NC برای حمله‌های هندسی برش، دوران و تغییر مقیاس

روش‌ها برای حمله‌های هندسی برش، چرخش و تغییر مقیاس مورد مقایسه قرار گرفته‌اند. با بررسی این شکل متوجه می‌شویم روش DST-DWT-SVD به دلیل استفاده از قیچک در برابر حمله‌های هندسی مقاومت بسیار زیادی نسبت به سایر کارها دارد. این اختلاف در کارهای روی [۶] و مهتا [۵] که در طرح‌های خود از موجک افزونه و موجک بالابرنده استفاده کرده‌اند، بسیار مشهود است. چراکه در این نوع موجک‌ها برخلاف قیچک که موجک چندجهته می‌باشد، در مقابل حمله‌های هندسی چندان مقاوم نیستند.

در شکل بالا به دلیل اینکه کارهایی که روش پیشنهادی با آن‌ها مقایسه می‌شد، دو حمله هندسی انتقال و قیچی مورد آزمایش قرار نگرفته بودند، در شکل ۱۰ مقاومت روش DST-DWT-SVD در برابر این حمله‌ها با روش مردانپور [۴، ۱] مقایسه شده است. با مشاهده این شکل درمی‌یابیم که روش پیشنهادی مقابل انتقال و قیچی مقاومت بیشتری از دو روش دیگر دارد. این برتری نشان می‌دهد ترکیب دو تبدیل موجک و قیچک سبب بهبود و افزایش مقاومت می‌شود. مقایسه مقاومت روش‌ها مقابل حمله‌های پردازش تصویری در شکل میله‌ای ۷ نشان داده شده است. با بررسی این شکل می‌بینیم که روش ارائه شده DST-DWT-SVD در برابر حمله‌های پردازش تصویری نیز مقاوم‌تر بوده و در مقایسه با روش سینگ [۸] برتری نسبی دارد. قابل ذکر است که ترکیب قیچک و موجک توانسته است در اصلاح گاما نسبت به پژوهش [۱] بهبود بسیار زیادی دهد.



شکل ۹: مقایسه مقاومت روش پیشنهادی برحسب NC برای حمله هندسی انتقال و قیچی



شکل ۱۰: مقایسه مقاومت روش پیشنهادی برحسب NC برای حمله پردازش تصویر

شکل ۸ مقادیر NC روش‌های مختلف را به‌ازای حمله‌های نویز گاوسی، نقطه‌ای و نمک و فلفل مقایسه می‌کند. همان‌طور که در این شکل مشاهده می‌شود، روش DST-DWT-SVD در برابر نویز نیز همچون سایر انواع حمله‌ها مقاومت بیشتری دارد و در مقایسه با روش روی [۶] و سپس روش مهتا [۵] بسیار بهتر بوده است. این روش حتی نسبت به [۴] که در آن تنها از قیچک استفاده شده، نیز بهتر عمل کرده است. علت آن نیز همان‌گونه که قبلاً گفته شد به‌دلیل استفاده از تبدیل موجک در ترکیب با قیچک می‌باشد چرا که موجک مقاومت بیشتری در برابر نویز دارد. شکل ۷ مقایسه مقاومت روش پیشنهادی برحسب NC برای حمله نویز با بررسی شکل‌های ۴ تا ۸ که مقاومت روش‌های مختلف را مقابل انواع حمله‌ها

مقایسه می‌کنند، می‌توان مشاهده کرد که روش پیشنهادی

DST-DWT-SVD نسبت به سایر روش‌ها، حتی روش سینگ [۸] مقاومت بیشتری دارد. این برتری در مقاومت و شفافیت نشان‌دهنده کارا و موثر بودن ایده ترکیب موجک و قیچک در روش پیشنهادی می‌باشد.

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای کارهای آینده

با توسعه سریع اینترنت و در دسترس بودن ابزارهای پردازش تصاویر چالش‌هایی همچون حفظ حق‌نشر و اعتبارسنجی پدید آمده است که نهان‌نگاری یکی از راه‌حل‌های مناسب جهت پاسخ به این مشکلات می‌باشد. در نهان‌نگاری دو خصوصیت متعادم مقاومت و شفافیت از اهمیت زیادی برخوردارند که باید بین این دو توازن برقرار شود. در اغلب روش‌های نهان‌نگاری تبدیل موجک استفاده شده است و کارایی آن اثبات شده است. در سال‌های اخیر تبدیل قیچک که در دسته موجک‌های چندجهته قرار دارد، معرفی شده است که یک نمایش چندمقیاسه و چندجهته را ارائه می‌دهد. در این مقاله یک روش نیمه‌کور ترکیبی مبتنی بر تبدیل‌های موجک و قیچک در کنار تجزیه ماتریسی مقدار تکین ارائه شده است. از تبدیل آرنولد به منظور تامین امنیت روش نهان‌نگاری بهره گرفته شده است. این روش بر روی تصاویر محک اجرا شده و برای سنجش مقاومت آن، طیف گسترده‌ای از حمله‌ها روی آن آزمایش شده است. نتایج بدست‌آمده و مقایسه آن‌ها با سایر روش‌ها، نشان از اثربخشی و کارایی این روش دارد. مقاومت زیاد روش پیشنهادی به این دلیل است که با ترکیب موجک و قیچک، ویژگی‌های خوب این دو تبدیل در هم ادغام شده و هر یک می‌توانند ضعف دیگری را پوشش دهند. این روش روی تصاویر سطوح خاکستری آزمایش شدند، حال اینکه امروزه تصاویر رنگی بیشتر مورد استفاده قرار می‌گیرند. می‌توان در آینده این روش را روی تصاویر رنگی و هم‌چنین برای استفاده در پزشکی، روی تصاویر پزشکی آزمایش کرد. در کارهای آتی می‌توان مقدار فاکتور مقیاس را که در این مقاله به صورت سعی و خطا مقداردهی شده است و را به وسیله الگوریتم‌های بهینه‌سازی جدید تعیین کرد و به بهترین توازن میان شفافیت و مقاومت دست پیدا کرد.

## مراجع

[۱] م. مردانپور، م. ع. زارع چاهوکی و ح. جوانشیری، مقایسه تحلیلی اثربخشی انواع تبدیل‌های توسعه‌یافته موجک بر شفافیت و مقاومت نشانه‌گذاری تصویر مبتنی بر تجزیه ماتریسی، مجله ماشین بینایی و پردازش تصویر، ۴(۱)



- [2] B. Li, Ch. Tang, X. Zhu, Y. Su and W. Xu, Shearlet transform for phase extraction in fringe projection profilometry with edges discontinuity, *Optics and Lasers in Engineering*, **78** (2016), 91–98.
- [3] M. Mardanpour and M.A. Zare Chahooki, Robust hybrid image watermarking based on discrete wavelet and Shearlet transforms, *arXiv:1603.09396 [cs.MM]*, 2016.
- [4] M. Mardanpour and M.A. Zare Chahooki, Robust transparent image watermarking with Shearlet transform and bidiagonal singular value decomposition, *AEU-International Journal of Electronics and Communications*, **70**(6) (2016), 790–798.
- [5] R. Mehta, N. Rajpal and V.P. Vishwakarma, LWT-QR decomposition based robust and efficient image watermarking scheme using Lagrangian SVR, *Multimedia Tools Appl.*, **75**(7) (2016), 4129–4150.
- [6] S. Roy and A.K. Pal, A robust blind hybrid image watermarking scheme in RDWT-DCT domain using Arnold scrambling, *Multimedia Tools Appl.*, **76**(3) (2017), 3577–3616.
- [7] ShearLab, version 1.1, <http://www.shearlab.org/software>, 2017.
- [8] S. Singh, R.V. Singh, R. Singh and M.K. Singh, Hybrid semi-blind image watermarking in redundant wavelet domain, *Multimedia Tools Appl.*, **76**(18) (2017), 19113–19137.
- [9] L. Sun, J. Xu, Sh. Liu, Sh. Zhang, Y. Li and Ch. Shen, A robust image watermarking scheme using Arnold transform and BP neural network, *Neural Comput. Appl.*, (2016), 1–16.
- [10] H. Tsai, Y. Jhuang and Y. Lai, An SVD-based image watermarking in wavelet domain using SVR and PSO, *Applied Soft Computing*, **12**(8) (2012), 2442–2453.
- [11] X. Wang, Y. Liu, H. Xu, A. Wang and H. Yang, Blind optimum detector for robust image watermarking in nonsubsampling shearlet domain, *Inf. Sci.*, **372** (2016), 634–654.